Luce El Hedi Ben Hsin Jendouba
Devoir de synthèse N°1

Exercice 1 :

Chaque question comporte trois affirmations, une seule des trois est exacte. Indiquer <u>sur votre copie le numéro de la question et recopier l'affirmation exacte sans justifier votre choix</u>.

1) *Les solutions de l'équation* $\sqrt{2}x^2-(1+\sqrt{2})x+1=0$ *sont :*
   a) *-1 et* $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
   b) *1 et -* $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
   c) *1 et* $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
2) *On donne le tableau de signes suivant :*

x	$-\infty$ -1	2	$+ -\infty$
ax^2+bx+c	-	+	-

   a) *f(0)< f(5).*
   b) *f(0)> f(5).*
   c) *f(0)=f(5).*
3) *Un polynôme de degré 3 a :*
   a) *exactement trois racines.*
   b) *au moins trois racines.*
   c) *au plus trois racines.*
4) *A, B et C trois points tel que* $\overrightarrow{AB}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$ *; alors :*
   a) *B est le barycentre des points pondérés (A,2) ; (C,3).*
   b) *B est le barycentre des points pondérés (A,3) ; (C,2).*
   c) *B est le barycentre des points pondérés (A,-2) et (C,3).*

Exercice 2:

1) *Soit* $P(x)=-2x^2+10x-12$.
   a) *résoudre dans IR l'équation* $P(x)=0$.
   b) *factoriser* $P(x)$.

2) *Soit Q(x)=* x^3-2x^2-2x+4.
   a) *Calculer Q(2).*
   b) *Déterminer les réels a, b et c tel que* $Q(x)=(x-2)(ax^2+bx+c)$.
3) *Soit* $f(x)=\frac{P(x)}{Q(x)}$.
   a) *Déterminer le domaine de définition de f.*
   b) *Vérifier que* $f(x)=\frac{-2x+6}{x^2-2}$.
   c) *Résoudre dans IR ;* $f(x)<0$.
   d) *En déduire les solutions dans IR de :* $\frac{f(x)}{2+|x|}\geq 0$.

Exercice 3:

ABC un triangle et D le milieu de [[BC].

1) *E le barycentre des points pondérés (D,2) et (A,1).*
   a) *Construire le point E.*
   b) *Montrer que E est le centre de gravité du triangle ABC.*
2) *F le barycentre des points pondérés (A,1) ; (C,3) et (D,2).*
   montrer que F est le milieu de [EC].
3) *Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tel que*
   $\left\|2\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{MA}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MD}\right\|$.
4) *soit* $\begin{array}{l} f: P\to P \\ M\mapsto M' \end{array}$ *tel que* $\overrightarrow{MM'}=\overrightarrow{MD}-\overrightarrow{MC}$.
   a) *Montrer que f est la translation de vecteur* $\overrightarrow{CD}$.
   b) *Construire K=* $t_{\overrightarrow{CD}}(A)$ *et L=* $t_{\overrightarrow{CD}}(E)$.
   c) *Montrer que L est barycentre des points (K,1) et (B,2)*

CORRECTION (PROPOSEE par GUESMI.B)

EXERCICE1

1)c   2)b   3)c   4)b

EXERCICE2

1)a)p(x)=0⇔ $-x^2+5x-6=0$ ***en calculant*** Δ on trouve x=2 ou x=3

b)p(x)=--2(x-2)(x-3)

2)a)q(2)=0

b)puisque 2 est solution de q(x)=0 donc q(x)=(x-2)(ax²+bx+c)

en developpant on trouve

$ax^3+(b-2a)x^2+(c-2b)x-2c=x^3-2x^2-2x+4$

en identifianton aura $\begin{cases} \boldsymbol{a=1} \\ \boldsymbol{b-2a=-2} \\ \boldsymbol{-2c=4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \boldsymbol{a=1} \\ \boldsymbol{b=0} \\ \boldsymbol{c=-2} \end{cases}$

donc q(x)=(x-2)(x^2-2)

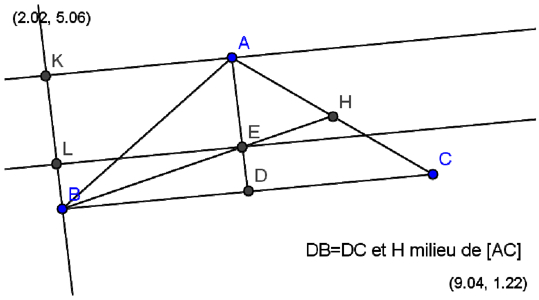
3)a)f(x) existe si q(x)≠0 $\boldsymbol{x\neq 2; x\neq\sqrt{2}\ et\ x\neq-\sqrt{2}}$

b) f(x)=$\boldsymbol{\frac{-2(x-3)}{x^2-2}=\frac{-2x+6}{x^2-2}}$

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		$\sqrt{2}$				3		$+\infty$
$-2x+6$		+		+		+				--	
x^2-2		+	0	--	0			+		+	
F(x)		+	‖	--	‖	+	‖	+	0	--	

F(x)<0⇔ $S_{IR}=]-\sqrt{2};\sqrt{2}[\cup]3,+\infty[$

EXERCICE3



1)a) d'apres la propriete du barycentre on a $\forall M \in P\,;\, 2\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{MA}=\vec{0}$

Si M=D on a $\overrightarrow{DA}=3\overrightarrow{DE} \Leftrightarrow \overrightarrow{DE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{DA}$ (1)

b)puisque D est le milieu de [BC] et $\overrightarrow{DE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{DA}$ alors E est le centre de gravite du triangle ABC

2)en utilisant l'associativite du barycentre on a :

F=bary{((A,1),(D,2),(C,3)} alors

F=bary{(E,1+2),(C,3)}

F=bary{(E,3),(C,3)}

Fest donc le bary{(E,1),(c,1)} donc C est le milieu de [EC]

3) $\|2\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{MA}\|=\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MD}\| \Leftrightarrow$

$2\|\overrightarrow{ME}+2\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{ED}\|=\|\overrightarrow{AD}\| \Leftrightarrow$

3ME=AD puisque vu la relation (1) 1°)

Donc ME=AD/3 signifie que M decrit le cercle de centre E et de rayon AD/3=ED

4)a)on a : $\overrightarrow{\boldsymbol{MM'}} = \overrightarrow{\boldsymbol{CM}} + \overrightarrow{\boldsymbol{MD}} = \overrightarrow{\boldsymbol{CD}}$ donc

f est la tanslation de vecteur $\overrightarrow{\boldsymbol{CD}}$

b) on a $\boldsymbol{t_{\overrightarrow{CD}}(A) = K}$, $\boldsymbol{t_{\overrightarrow{CD}}(E) = L}$ ***et*** $\boldsymbol{t_{\overrightarrow{CD}}(D) = B}$

or E est le barycentre des point A et D

donc L est le barycentre des points (K,1)et (B,2)