Lycee El Hedi Ben Hsin Jendouba

Nom :………………………………Prénom :………………………Note sur 20

Exercice 1 (3PTS)

1. Le coefficient de x^2 dans le développement du polynôme $(2x^2-3x+1)(3x^2+2x-1)$ est …………
   Justification…………………………………………………………………………………
   …………………………………………………………………………………………………
   …………………………………………………………………………………………………
   ………………………………………………………………………………………………
2. Soit le polynôme $P(x)=x^4-x^3+x-1$.
   Sachant que $P(x)=(x^2-1)\times Q(x)$ alors $d^0Q=$ ……….
   Justification :………………………………………………………………………………
   ………………………………………………………………………………………………
3. Donner un polynôme de degré 4 ayant exactement trois racines réelles.
   …………………………………………………………………………………………………

Exercice 2 (3.5PTS)

Soit le polynôme $Q(x)=x^3+x^2-10x+8$.

1. Vérifier 2 est une racine de Q.
   …………………………………………………………………………………………………
   ………………………………………………………………………………………………
2. Déterminer alors les réels $a, b\ et\ c$ tels que $Q(x)=(x-2)(ax^2+bx+c)$.
   …………………………………………………………………………………………………
   …………………………………………………………………………………………………
   ………………………………………………………………………………………………
3. Trouver les autres racines .
   …………………………………………………………………………………………………
   …………………………………………………………………………………………………
   …………………………………………………………………………………………………

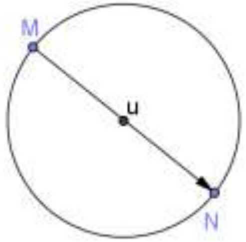
Exercice 3 (3.5PTS)

Sachant que le polynôme $R(x)=x^3-3x^2+1$ admet trois zéros distincts $\alpha, \beta\ et\ \gamma$.

1. Déterminer $\alpha+\beta+\gamma=$…….,$\alpha\beta+\alpha\gamma+\beta\gamma=$…………
2. a. Prouver que $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=9$.
   …………………………………………………………………………………………………
   …………………………………………………………………………………………………
   …………………………………………………………………………………………………
   b. En déduire la valeur de $\alpha^3+\beta^3+\gamma^3$.
   …………………………………………………………………………………………………
   …………………………………………………………………………………………………
   …………………………………………………………………………………………………
   …………………………………………………………………………………………………

Exercice 4 (2.5PTS)

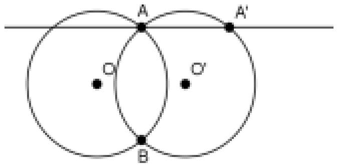
a. Dessiner C' l'image du cercle C par la translation du vecteur $\overrightarrow{MN}$.



b. Que peut-on dire de C et C' ?

Exercice 5 (4PTS)

C et C' sont deux cercles sécants en A et B , de même rayon et de centres respectifs O et O'.La droite Δ passant par A et parallèle à (OO') recoupe C' en A'.



1. a. Déterminer $t_{\overrightarrow{OO'}}(\Delta) = \cdots$ et $t_{\overrightarrow{OO'}}(C) = \cdots$.

   b. En déduire $t_{\overrightarrow{OO'}}(A) = \cdots$.

   Justification :……………………………………………………………………………

   ………………………………………………………………………………………………
2. La droite $\Delta' \parallel (AB)$ passant par A' recoupe C' en un point B'. Prouver que $t_{\overrightarrow{OO'}}(B) = B'$.

   ………………………………………………………………………………………………

   ………………………………………………………………………………………………

Exercice 6 (3.5PTS)

a. La translation conserve l'orthogonalité.
   Expliquer ce résultat en une phrase .

   ………………………………………………………………………………………………

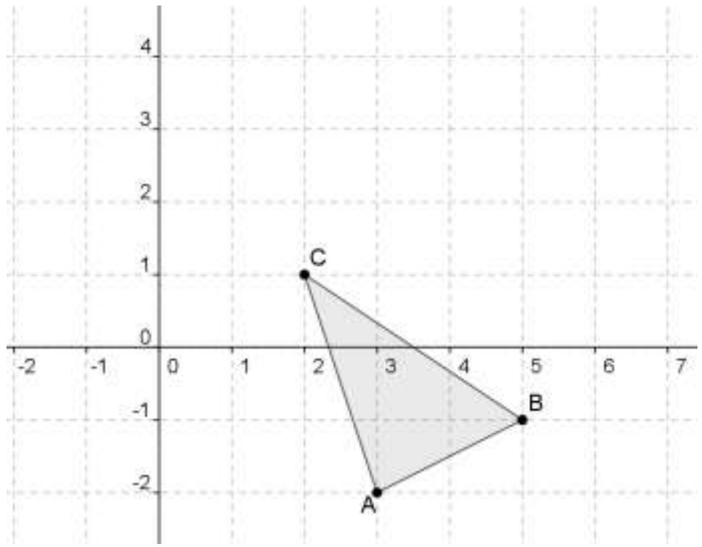
   ………………………………………………………………………………………………

b. Dessine l'image $A'B'C'$ du $\Delta\ ABC$ par la translation du vecteur $\vec{u} = -2\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$.

   ………………………………………………………………………………………………

   ………………………………………………………………………………………………

.



c. Une droite D est la hauteur du $\Delta\ ABC$ issue du point A et D' son image par $t_{\vec{u}}$.Montrer que D' est une hauteur du $\Delta\ A'B'C'$.

   ………………………………………………………………………………………………

CORRECTION(proposee par Guesmi.B)

EXERCICE1

1)$-2x^2+3x^2-6x^2=-5x^2$

2)d°P(x)=4 ; d°(x^2-1)=2 or 4=2+2 donc d°Q(x)=2

3)x^4-5x^2+4=0 admet 4 racines qui sont 1,-1,2 et -2

EXERCICE2

1)Q(2)20-20=0

2)Q(x)=ax^3+(b-2a)x^2+(c-2b)x-2c

Par identification on trouve a=1 ; b=3 et c=-4

Donc Q(x)=(x-2)(x^2+3x-4) on remarque que a+b+c=0

Donc x=1 ou x=-4

EXERCICE3

R(x)=(x-α)$(x-\beta)(x-\gamma)$=$x^3-(\alpha+\beta+\gamma)x^2+(\alpha\beta+\alpha\gamma+\beta\gamma)x-\alpha\beta\gamma$

Donc $\begin{cases}\alpha+\beta+\gamma=-3 \ (1)\\ \alpha\beta+\alpha\gamma+\beta\gamma=0 \ (2)\\ \alpha\beta\gamma=-1 \qquad (3)\end{cases}$ donc $(\alpha+\beta+\gamma)^2=9 \Leftrightarrow \alpha^2+\beta^2+\gamma^2+2(\alpha\beta+\alpha\gamma+\beta\gamma)=$ 9

D'où $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=9$

De meme

$(\alpha+\beta+\gamma)^3=\alpha^3+\beta^3+\gamma^3+3[\alpha\beta\gamma+\alpha^2(\beta+\gamma)+\beta^2(\alpha+\gamma)+\gamma^2(\alpha+\beta)]$

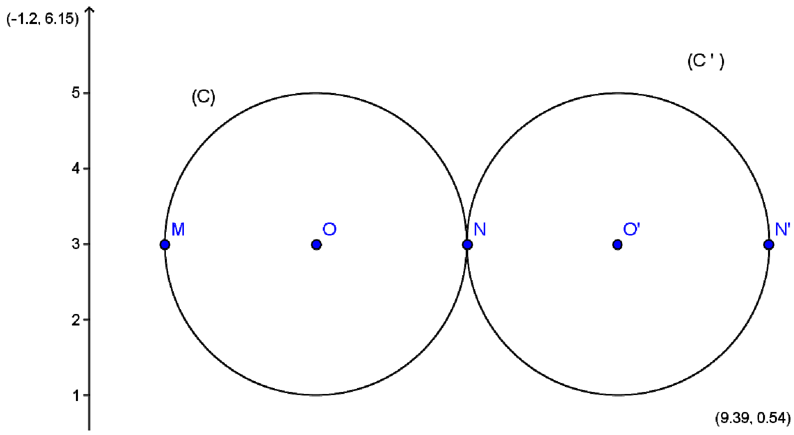
Vu que les relations (1) ;(2) et (3)

$\alpha+\beta=-\gamma-3$; $\alpha+\gamma=-3-\beta$ *et* $\beta+\gamma=-\alpha-3$

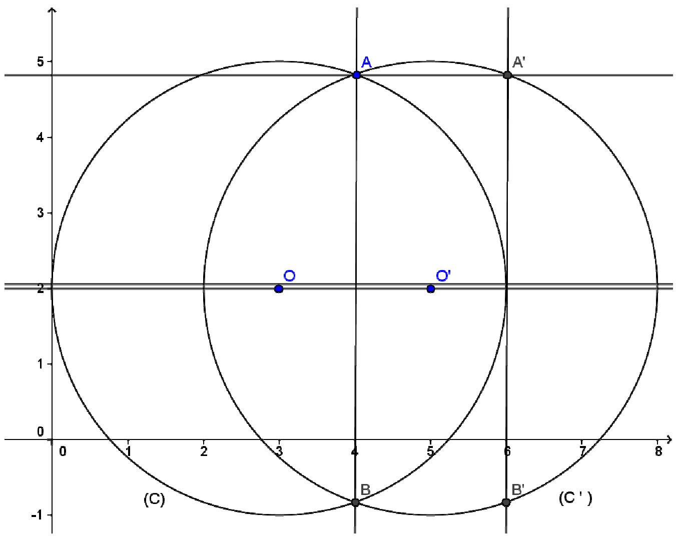
Donc $(\alpha+\beta+\gamma)^3=\alpha^3+\beta^3+\gamma^3-3-3(\alpha^3+\beta^3+\gamma^3)-9(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)$

Alors finalement $\alpha^3+\beta^3+\gamma^3=-28$

EXERCICE4



EXERCICE5



1)a)

On a(OO')//Δ donc $t_{\overrightarrow{OO'}}(\Delta) = \Delta$ $et\ puisque\ \overrightarrow{OO'} = \overrightarrow{OO'}\ donc\ \ t_{\overrightarrow{OO'}}(C) = (C')$

b)$t_{\overrightarrow{OO'}}(A) = A' \quad car\ A \in (C) \cap (\Delta) donc\ t_{\overrightarrow{OO'}}(A) \in t_{\overrightarrow{OO'}}(C) \cap t_{\overrightarrow{OO'}}(\Delta) = (C') \cap (\Delta) = \{A'\}$

donc $t_{\overrightarrow{OO'}}(A) = A'$

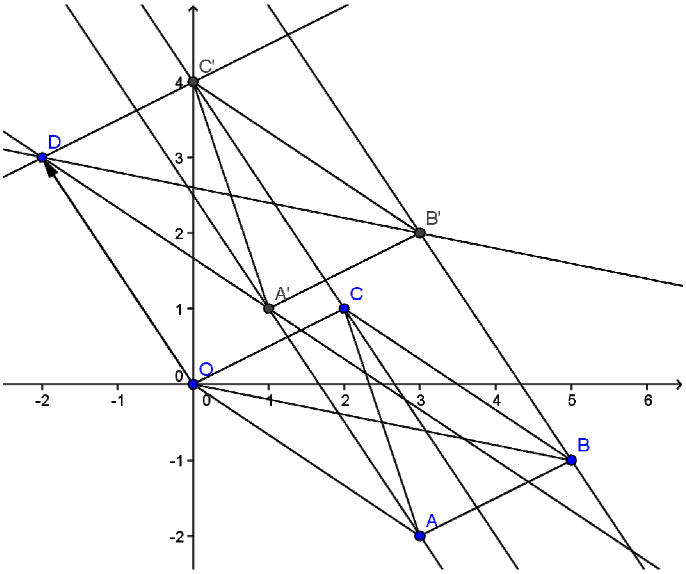
2){B}=(AB)∩ $(C)\ donc\ t_{\overrightarrow{OO'}}(B) \in t_{\overrightarrow{OO'}}(AB) \cap t_{\overrightarrow{OO'}}(C) = (A'B') \cap (C') = \{B'\}$

$donc\ t_{\overrightarrow{OO'}}(B) = B'$

EXERCICE6

a)les images de deux droites perpendiculaires sont

deux droites perpendiculaires



b)toute translation conseve l'orthogonalite

d'où le resultat