Lycee El Hedi Ben Hsin Jendouba
devoir de controle N°3

<u>Exercice 1</u> : (5 points)

Répondre par Vrai ou Faux à chacune des cinq questions suivantes. <u>Aucune justification n'est demandée</u>.

1. Les nombres suivants sont trois termes consutifs d'une suite arithmétique : 510 , 621 et 732.

2. Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique de premier terme $U_0 = 5$ et de raison r = -6 alors :

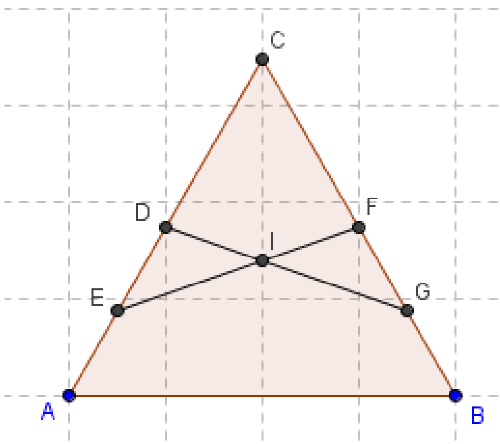
$U_n = 5 - 6n$, pour tout $n \in \mathbb{N}$

3. 2 + 4 + 6 + ... + 2008 + 2010 = 1011030

4. C est l'image de B par l'homothétie de centre A et de rapport $\frac{2}{5}$ équivaut à $\overrightarrow{AB} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$

5. ABC est un triangle équilatéral. D est milieu de [AC] , F est milieu de [BC] , E milieu de [AD] et G milieu de [BF].

Le rapport de l'homothétie de centre I qui envoie D sur G et F sur E est $\frac{2}{3}$

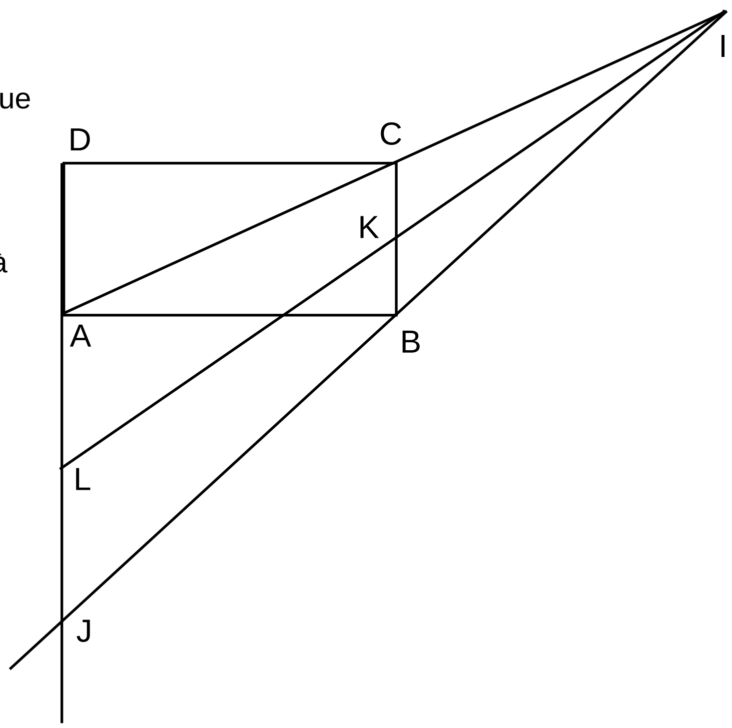


<u>Exercice 2</u> : (8 points)

Soit ABCD un rectangle, on désigne par I le symétrique de A par rapport à C. La droite (IB) coupe (AD) en J.

On considère l'application f du plan dans le plan qui à tout point M associe le point M' tel que :

$$\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MA} - 2\,\overrightarrow{MC}.$$



1. Montrer que f est l'homothétie de centre I et de rapport 2.

2. a) Déterminer l'image de la droite (BC) par f .

b) Montrer que f(B) = J.

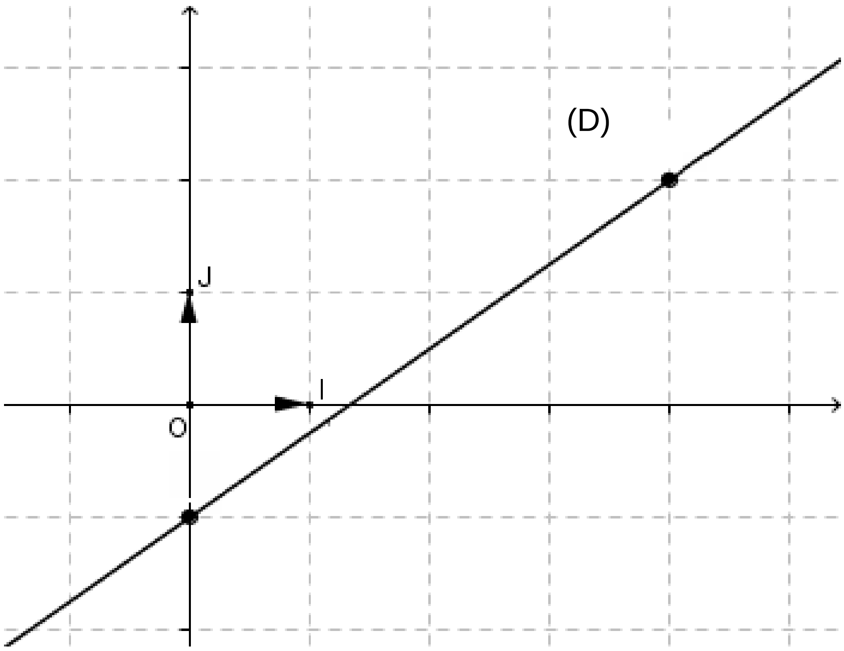
3. Soit K le milieu du segment [BC]. La droite (IK) coupe (AD) en L.

Montrer que L est le milieu de [AJ].

4. On suppose que A et C sont fixes et que B varie sur le cercle $(\mathcal{C})$ de diamètre [AC].

Déterminer l'ensemble des points J lorsque B varie .

Exercice 3 : (7 points)



Dans le graphique ci-dessus, (D) est la droite qui contient les points A(n, U_n) , où (U_n) est une suite arithmétique de premier terme U_0 et de raison r.

1. a) Donner par lecture graphique la valeur de U_0 et de U_4.

b) Déterminer alors r.

2. Exprimer U_n en fonction de n **.**

3. Déterminer le trentième terme de la suite (U_n) .

4. Déterminer n pour que U_n =74.

Corrigé

Exercice 1 :

1. Vrai ; 2. Vrai ; 3. Vrai ; 4. Faux ; 5. Faux

Exercice 2 :

1. $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MC}$ équivaut à $\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IM'} = \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} - 2\left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}\right)$

équivaut à $\overrightarrow{IM'} = -2\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB}$

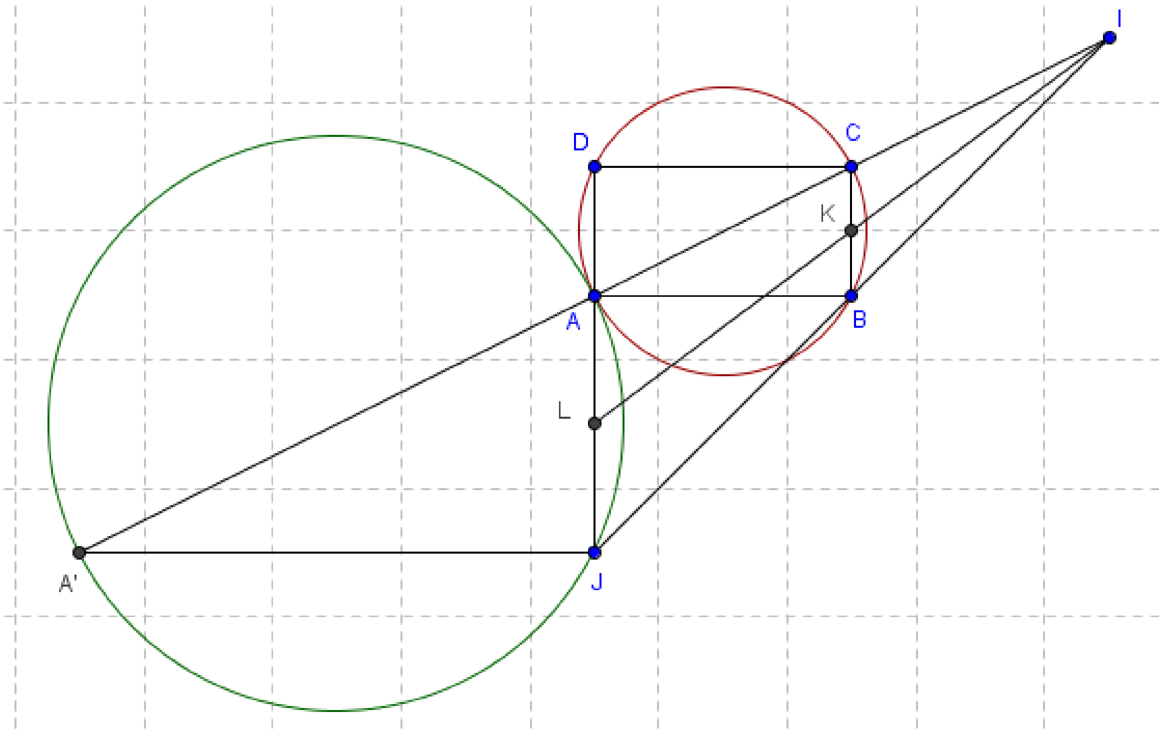
Or $I = S_C(A)$ équivaut à $\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IB}$; il en résulte : $\overrightarrow{IM'} = -2\overrightarrow{MI} = 2\overrightarrow{IM}$.

Ainsi, f est l'homothétie de centre I et de rapport 2.

2. a) f((BC)) est la droite parallèle à (BC) passant par f(B). Or $\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IB}$, donc f(B) = A. Or (AD) est la parallèle à la droite (BC) passant par A, donc f((BC))= (AD).
   b) On sait que f(B) appartient à la droite (IB) ; d'autre part, f(B) appartient à f((BC))= (AD). Par conséquent, f(B) est le point d'intersection des droites (IB) et (AD) donc f(B) = J .

3. K est le milieu du segment [BC] donc f(K) est le milieu du segment f([BC]) = [AJ].
   Ainsi, f(K) appartient à [AJ] et appartient à (IK) ; il en résulte que f(K) = L.

4. Lorsque B varie sur le cercle ($\mathcal{C}$), f(B) = J varie sur le cercle ($\mathcal{C}'$) de diamètre f([AC]) = [f(A)A].



Exercice 3 :

1. a) La droite (D) coupe l'axe des ordonnées au point $A_0(0, U_0)$ et comme $A_0(0, -1)$ alors $U_0 = -1$. U_4 est l'abscisse du point A_4 de (D) ; or $A_4(4, 3)$ donc $U_4 = 3$.

   b) La raison r de la suite arithmétique (U_n) est donnée par la formule $r = \frac{U_4 - U_0}{4 - 0} = \frac{3}{4}$.

2. Pour tout entier naturel n, $U_n = U_0 + nr$ donc $U_n = -1 + \frac{3}{4}n$.

3. Le trentième terme de la suite (U_n) est $U_{29} = -1 + \frac{3}{4} \times 29$ donc $U_{29} = \frac{83}{4}$.

4. $U_n = 74$ équivaut à $-1 + \frac{3}{4}n = 74$ équivaut à $\frac{3}{4}n = 75$ équivaut à n = 100.