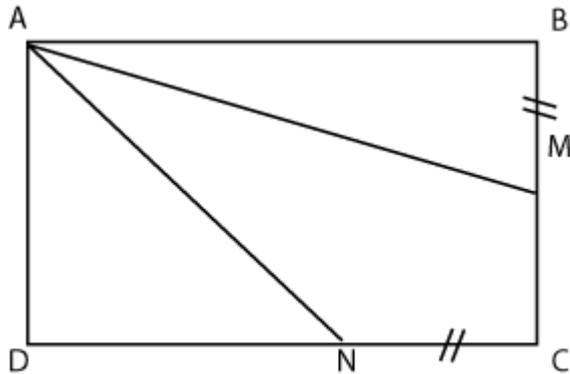


ABCD est un rectangle tel que $AB = 6$ cm et $AD = 4$ cm.

Première partie

M est le point du segment [BC] tel que $BM = 2$ cm.

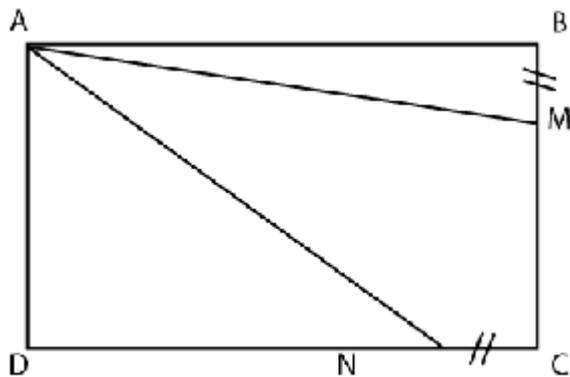
N est le point du segment [CD] tel que $CN = 2$ cm.



- 1) Calculer AM sous la forme $a\sqrt{b}$ (b nombre entier le plus petit possible).
- 2) Démontrer que l'aire du quadrilatère $AMCN$ est de 10 cm^2 .

Deuxième partie

Les points M et N peuvent se déplacer respectivement sur les segments $[BC]$ et $[CD]$ de façon que $BM = CN = x$ avec $(0 < x \leq 4)$.



- 1) Exprimer l'aire du triangle ABM en fonction de x .
- 2) a) Calculer DN en fonction de x .
 b) Démontrer que l'aire du triangle ADN en fonction de x est $-2x + 12$.
- 3) a) Dans un repère orthonormé (O, I, J) avec $OI = OJ = 1$ cm, représenter graphiquement les fonctions affines :
 $f : x \rightarrow f(x) = 3x$ et $g : x \rightarrow g(x) = -2x + 12$
 b) Calculer les coordonnées du point R intersection de ces deux représentations.
- 4) a) Pour quelle valeur de x les aires des triangles ABM et ADN sont-elles égales ? Justifier la réponse.
 b) Pour cette valeur de x , calculer l'aire du quadrilatère $AMCN$.

Correction

Première partie

1) Le triangle ABM est rectangle en B donc d'après la propriété de Pythagore on a :

$$AM^2 = AB^2 + BM^2$$

$$AM^2 = 36 + 4$$

$$AM^2 = 40$$

$$\text{D'où } AM = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

2)

$$\text{Aire (AMCN)} = \text{Aire (ABCD)} - \text{Aire (ABM)} - \text{Aire (ADN)}$$

$$= 6 \times 4 - \frac{6 \times 2}{2} - \frac{4 \times 4}{2}$$

$$= 24 - 6 - 8$$

$$= 10 \text{ cm}^2$$

Deuxième partie

$$1) \text{ Aire (ABM)} = \frac{6 \times x}{2} = 3x$$

2)

a) Les points D, N, C sont alignés.

On a donc :

$$DN = DC - NC$$

$$DN = 6 - x$$

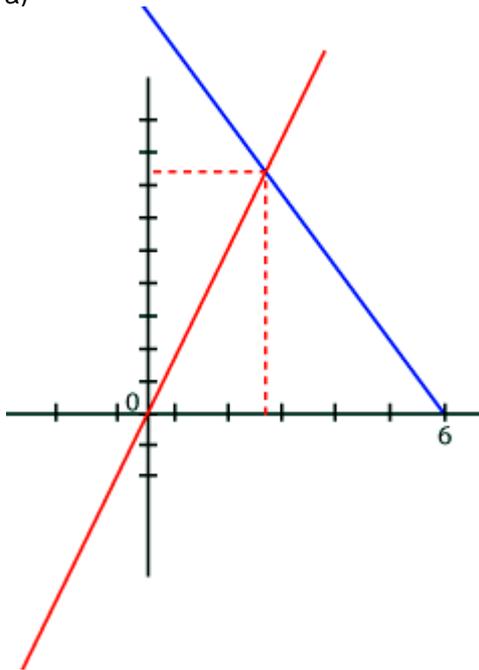
$$\text{b) Aire (ADN)} = 4 \times (6 - x) \times \frac{1}{2}$$

$$= 2 \times (6 - x)$$

$$= 12 - 2x$$

3)

a)



b) $f(x) = g(x)$ ssi
 $3x = -2x + 12$
 $5x = 12$
 $x = 12/5$

d'où les coordonnées du point $R\left(\frac{12}{5}, \frac{36}{5}\right)$.

4)

$Aire(ABM) = \frac{6 \times x}{2} = 3x$

a)

$Aire(ABM) = Aire(ADN)$ ssi $f(x) = g(x)$ soit si $x = 12/5$.

b) $Aire(AMCN) = 24 - 3x - (12 - 2x)$
 $= 24 - 3x - 12 + 2x$
 $= 12 - x$

si $x = 12/5$, $Aire(AMCN) = 12 - 12/5 = 48/5$.

$Aire(AMCN) = 9,6 \text{ cm}^2$.