EXERCICE N° 1

Soit ABC un triangle rectangle en C tel que (CA , CB) $\equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ et soit r la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$. Soit D = r (C) et E = r^{-1}(B) . On désigne par I le milieu du segment $[CD]$.

a) Montrer qu'il existe un unique déplacement f tel que f (A) = D et f (C) = A

b) Preciser la nature et les éléments caractéristiques de f .

2) On pose g = f o r

a) Montrer que g est une translation

b) Soit F = g (E) . Montrer que f (B) = F et en déduire la nature du triangle IBF

c) Montrer que les points C , A et F sont alignés

3) Soit G = T_{AD} (I)

a) Montrer qu'il existe un unique antidéplacement φ tel que φ (C) = D et φ (I) = G

b) Montrer que φ est une symétrie glissante dont on précisera le vecteur et l'axe .

EXERCICE N° 2

Soit OAB un triangle rectangle isocèle de sommet principal O tel que (OA , OB) $\equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$.

On note I le milieu du segment $[AB]$ et Δ la médiatrice de $[OA]$.

Soit R le déplacement du plan qui transforme A en O et O en B

Montrer que R est une rotation dont on précisera l'angle et le centre .

Soit M un point quelconque du segment $[OA]$ et N le point de $[OB]$ tel que AM = ON

Montrer que la médiatrice de $[MN]$ passe par un point fixe lorsque M varie .

On note R ' la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$. On pose h = R^{-1}o R ' o R

Déterminer h (A) . Caractériser alors h .

2) On pose f = R o $S_{(AB)}$ et g = $S_{(OB)}$ o R o $S_{(AB)}$

a) Déterminer f (I) puis caractériser f

b) En déduire que g est une translation que l'on précisera .

3) La perpendiculaire à la droite (AB) passant par B coupe Δ en J

a) Montrer qu'il existe un seul antidéplacement φ tel que φ (A) = B et φ (I) = J

b) Montrer que φ est une symétrie glissante que l'on précisera

c) Déterminer φ ofog (A) , caractériser alors φ ofog puis φ ofogoh

EXERCICE N°3

Dans le plan orienté P on donne un carré ABCD de centre I tel que (AB , AD) $\equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ et on note J et K les milieux respectifs de $[AD]$ *et* $[CD]$. Soit E le point de P tel que DBE soit un triangle équilatéral direct.

1) On pose $\varphi = t_{\overrightarrow{BC}} o S_{(AC)}$.

a- Déterminer $\varphi(A)$ *et* $\varphi(D)$.

b- En déduire que φ est une symétrie glissante dont on déterminera les éléments caractéristiques.

2) a- Montrer qu'il existe un unique déplacement R tel que $R(B) = A$ *et* $R(A) = D$.

b- Caractériser R.

3) Soit l'application $g = r_{\left(B,\frac{\pi}{6}\right)} o r_{\left(E,\frac{\pi}{3}\right)}$. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de g.

4) Soit f la rotation de centre I et d'angle $\frac{\pi}{2}$, on pose $\phi = gof^{-1}$. Déterminer $\phi(D)$ puis caractériser l'application ϕ .

5) Soit M un point de la droite (BD) , on pose $f(M) = M_1$ *et* $g(M) = M_2$.

a- Montrer que ABM_2M_1 est un parallélogramme.

b- Montrer qu'il existe un unique antidéplacement h tel que $h(A) = M_1$ *et* $h(D) = M_2$.

c- Montrer que $h = t_{\overrightarrow{AM_1}} o S_{(AI)}$. Caractériser alors h.

EXERCICE N° 4

Dans le plan orienté , on considère un losange ABCD tel que (AB , AD) $\equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$. On désigne par :

I , J , K , L et O les milieux respectifs des segments $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DA]$, $[BD]$

On note Δ la médiatrice de $[AB]$ et Δ' la médiatrice de $[CD]$

Soit f l'isométrie du plan définie par f (A) = B , f (B) = D , f (D) = C

Montrer que f est un antidéplacement

Démontrer que , s'il existe un point M invariant par f , alors M est équidistant des points A , B , C et D

L'isométrie f admet – elle des points invariants ?

Soit Ψ La symétrie orthogonale d'axe Δ et r la rotation de centre B et d'angle - $\frac{\pi}{3}$

Démontrer que f = r o Ψ

A t – on f = Ψ o r

3) Soit S_1 la symétrie orthogonale d'axe (BC)

a) déterminer l'axe de la symétrie orthogonale S_2 telle que r = $S_1 o S_2$

b) En déduire que f peut s'écrire sous la forme f = $S_1 o T_1$ où T_1 est une translation que l'on précisera .

4) Soit T_2 la translation de vecteur ½ AD ; on note g = T_2^{-1} o f

Determiner g (D) , g (I) et g (O) . En déduire les éléments caractéristiques de g .

EXERCICE N° 5

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que (AB , AC) $\equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ et AB = 2AC . Soit I le milieu du segment [AB] .

1) a- Montrer qu'il existe un unique déplacement f tel que f(A) = I et f(C) = B

b- Préciser son angle θ . En déduire que f est une rotation .

c- Trouver une construction géométrique de son centre Ω

2) On désigne par Δ la médiatrice du segment [AΩ] . Soit O un point de Δ et Γ le cercle de centre O et passant par A et Ω , ce cercle recoupe (AC) en M et (AB) en N

a – Vérifier que [MN] est un diamètre de Γ puis préciser f < (Ω M)> .

b – Verifier que f < (AM) > = (AN)

c- En déduire que le triangle Ω MN est rectangle et isocèle .

On pose g = f o SΔ et h = SΔ o f o SΔ

a – Préciser g(A) et g (Ω) . En déduire que g est une symétrie glissante dont on précisera l'axe et le vecteur

b – Preciser h (A)

c – Montrer que f o h est la translation de vecteur AI

d – Caractériser alors h puis préciser h (I)

EXERCICE N° 6

Dans le plan orienté ABC un triangle équilatéral direct ; soit $\Omega = S_{(AC)}(I)$

1°)- Soit R la rotation d'angle π/3 qui envoie A sur C.

a)- Montrer que Ω est le centre de cette rotation.

b)- Soit I = R(B), montrer que C est le milieu du segment [AI].

2°)- A tout point M de [AB] (≠ A , B), on associe le point M' de [CI] tel que : AM = CM'.

Montrer que le triangle ΩMM' est équilatéral.

3°)- On désigne par : O = A * C, K = B * I et H = Ω * I.

a)- Montrer qu'il existe un unique antidéplacement Ψ tel que Ψ(A) = C et Ψ(B) = I.

b)- Construire C' = Ψ(C) et montrer que Ψ n'a pas de points fixes.

4°) - Soit S_Δ o $t_{\vec{U}}$ la forme réduite de Ψ. Vérifier que Δ = med[BH]

Déterminer $t_{\vec{U}}$(H) et donner alors la forme réduite de Ψ.

5°)- Soit g = Ψ o $S_{(BC)}$. Donner la nature et les éléments caractéristiques de g.