Lycéc El Ahd El Jadid Jendouba *devoir de controle N°3*

classe :3è sex1+2

durée:2h

(2002)

Exercice1

on considere la somme $S_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots\dots\dots + (n-1)^2 + n^2 \quad ; \forall n \in IN^*$

1) montrer $2n^2 + 3n + 1 = (n+1)(2n+1)\ ; \ \forall n \in IN$

2) demontrer par recurrence que $\forall n \in IN^*$ on a : $S_n = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

Exercice2

$(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ un repere de l'espace

on considere les droites d'equations $D : \begin{cases} x = -1 - 2\alpha \\ y = 2 - \alpha \\ z = -2 + 3\alpha \end{cases} \quad \alpha \in IR \qquad D' : \begin{cases} x = 1 + \beta \\ y = 5 - \beta \\ z = 1 - 3\beta \end{cases} \quad \beta \in IR$

1) Déterminer $D \cap D'$

2) Determiner une equation cartesienne du plan passant par $A(0;-1;2)$ et parallele à D et à D'

3) A tout reel m ; on associe le plan P_m dont une équation cartesienne est

$P_m : (-m+1)x + 2(m+2)y - (m+1)z + 1 = 0$

a) montrer que $\forall m \in IR$ les points $I(-1;\frac{1}{2};2)$ et $J(\frac{1}{2};-1;-\frac{5}{2})$ apartiennent à P_m

b) En deduire l'intersection des plans P_m

4) determiner $P_2 \cap P$ (P_2 est le plan P_m pour $m = 2$).

5) determiner m pour que la droite D soit parallele au plan P_m

Exercice3

On considere un triangle ABC isocele de sommet principale A inscrit dans un cercle de centre O et de rayon 1

[AH] est la hauteur issue de A on note $H\hat{O}C = \alpha$ (en radian) ; $\alpha \in]0;\frac{\pi}{2}[$

1)a) calculer BC puis AH en fonction de α

b) En deduire l'aire du triangle ABC

2) on considere la fonction $f(\alpha) = \sin\alpha(1+\cos\alpha)$; $\forall \alpha \in \left[0;\frac{\pi}{2}\right]$

a) montrer que $\forall x \in IR$; $2x^2 + x - 1 = (2x-1)(x+1)$

b) montrer que $f'(\alpha) = (2\cos\alpha - 1)(\cos\alpha + 1)$

c) Dresser le tableau de variation de f sur $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$

3) Determiner la valeur de α pour laquelle l'aire du triangle est maximale

4) Preciser ce maximum puis la nature du triangle en ce maximum

bareme Exercice1 (3pts) Exercice2 (10pts) Exercice3(7pts)