Lycée El ahd El Jadid Jendouba **12 – 11 - 2010**	**Devoir de controle n°1** **Mathématiques**	**Niveau : $4^{ème}$ Sc tech 2** **Prof : Khemissi .A** **Durée : 2 heures**

Exercice 1 : (3 points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse correcte vaut 0.5 point, une réponse fausse ou l'absence de la réponse vaut 0 point.

1) La forme exponentielle du nombre complexe $z = 1 + i\sqrt{3}$ est :

a) $2\,e^{i\frac{\pi}{6}}$ b) $2\,e^{i\frac{\pi}{3}}$ c) $2\,e^{i\frac{2\pi}{3}}$

2) Les nombres complexes z_1 et z_2 tels que $z_1 + z_2 = -3i$ et $z_1\,z_2 = 1+i$ sont les solutions de

a) $z^2 + 3i\,z + 1 + i = 0$, b) $z^2 - 3i\,z + 1 + i = 0$, c) $z^2 + 3i\,z - 1 - i = 0$

3) La partie imaginaire de $\frac{3+2i}{2-i}$ est : a) -2 , b) $\frac{7}{5}$, c) $\frac{2}{5}$

4) Soit z le nombre complexe de module $\sqrt{2}$ et d'argument $\frac{3\pi}{4}$ alors

a) $z = -1 - i$ b) $z = -1 + i$ c) $z = 1 - i$

5) $\lim\limits_{x\to 4} \frac{\sqrt{x+5}-3}{x-4} =$ a) 0 , b) $\frac{1}{6}$, c) $+\infty$

6) La fonction $f : x \mapsto (1+2x)^6$ est dérivable sur IR et on a $f'(-1) =$

a) -12 , b) - 6 , c) 12

Exercice 2 : (8 points)

1) a) Vérifier que $(3 - i)^2 = 8 - 6 i$

b) Résoudre dans C, l'équation $z^2 + (1 + i) z - 2 + 2 i = 0$

c) Mettre les solutions sous formes trigonométriques

2) Soit dans C, l'équation (E) : $z^3 + z^2 + (- 1 + i) z + 2 +2 i = 0$

a) Vérifier que i est une solution de (E)

b) Résoudre dans C, l'équation (E)

3) Le plan P est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$ .On désigne

\, B et C

les points de P d'affixes respectives - 2 ; 1 - i et i

a) Placer les points A , B et C

b) Montrer que le triangle ABC est isocèle et rectangle en C

c) Déterminer l'affixe du point D pour que ACBD soit un carré

4) Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tel que $|z-1+i| = 2$

5) Soit E le point d'affixe z_E tel que $\frac{z_E + 3}{z_E + 1 - i} = e^{i\frac{\pi}{3}}$

Montrer que le triangle ABE est équilatéral

Exercice 3 : (4 points)

Soit la fonction f définie sur IR par : $f(x) = 4 x^3 +2 x - 3$ et on désigne

r ζ sa courbe

représentative dans un repère orthonormé du plan

1) Dresser le tableau de variation de f

2) a) Montrer que l'équation f(x) = 0 admet dans IR une unique solution α

b) Vérifier que $0 < \alpha < 1$

3) Déterminer le signe de f(x) suivant les valeurs de α

4) Ecrire une équation de la tangente T à ζ au point d'abscisse 2

5) Montrer que ζ admet un point d'inflexion que l'on déterminera

6) Etudier les branches infinies de ζ

Exercice 4 : (5 points)

Soit f la fonction définie sur IR par $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$

1) Dresser le tableau de variation de f

2) Soit g la restriction de f à l'intervalle [0, 1]

a) Montrer que g est une bijection de [0, 1] sur lui-même

b) Calculer $g(\frac{1}{2})$ et en déduire $(g^{-1})'(\frac{5}{4})$

c) Déterminer le sens de variation de g^{-1} sur [0, 1]

3) Expliciter $g^{-1}(x)$ pour tout $x \in [0, 1]$

4) Calculer pour tout $x \in [0, 1]$, $(g^{-1})'(x)$