Liste d'exercices

Exercice 1 soit f la fonction définie sur IR par $f(x) = ax + b + \frac{1}{x-1}$

1)Montrer l'équivalence $(f(x) = 0$ admet pour ensemble de solution $\{-1,2\}$ $) \Leftrightarrow (a = -\frac{1}{2}$ et $b = 0)$

2)*a*) Etudier les variations de f

b) On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un R.O.N $(O,\vec{I},\vec{J})$. montrer que la droite $D:y = ax + b$ est une asymptote a (C) puis étudier la position de C par rapport à D

c) construire C

3) Montrezr qu'il existe deux points de C en lesquels la tangente à C à pour coefficient directeur $-\frac{3}{2}$

placer ces points et les tangentes correspondentes

Exercice2 Soit a,b,c, et d 4 reéls et la fonction f définie par $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ et C sa courbe représentative dans un

1) Déterminer f sachant que

- la droite $\Delta:x = 2$ est une asymptote à C
- C passe par le point A(0,-1) et admet en ce point une tangente de coefficient directeur -1

2) construire la courbe (Γ) d'équation $y = \frac{x+2}{x-2}$ et montrer que Γ possede un centre de symétrie

3) on considère la famille de droites Δ_m $:y = -x + m$ ou $m \in IR$

a) discuter suivant les valeurs de m le nombre de points commun de Γ et Δ_m

b) lorsque Δ_m coupe Γ en deux points $P_1 et P_2$ calculer en fonction de m les coordonnees de $I = P_1 * P_2$

EXERCICE3

soit $m \in IR$ et $\vec{V}\begin{pmatrix} m^2-1 \\ 2m \\ 2(m^2-m-1) \end{pmatrix}$ déterminer l'ensemble des reéls m pour lesquels $\vec{V}$ est colinéaire à $\vec{I}+\vec{J}+\vec{K}$

Exercice 4

Déterminer le reél a pour que les vecteurs $\vec{U}\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\vec{V}\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\vec{W}\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ a \end{pmatrix}$

soient coplanaires

Exercice5 Etudier la position relative de D et D' $D:\begin{cases} x = 1-\alpha \\ y = 2+2\alpha \\ z = -\alpha \end{cases}$ $\alpha \in IR$ $D':\begin{cases} x-y+z+1 = 0 \\ 3x+y-5z-5 = 0 \end{cases}$

Exercice6 Donner une équation cartésienne et une representation paramétrique du plan $P(A,\vec{U},\vec{V})$

a) A(2,2,-1) ; $\vec{U}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{V}\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ b) A(-1,0,0) $\vec{U}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\vec{V}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Exercice7 déterminer l'intersection de la droite D et du plan P

a) $D:\begin{cases} x = 1-2\alpha \\ y = 4-\alpha \\ z = \alpha \end{cases}$ $\alpha \in IR$ $P:11x + 7y-2z-58 = 0$

Indication

Exercice3 $\vec{v}\begin{pmatrix} m^2-1 \\ 2m \\ 2(m^2-m-1) \end{pmatrix}$ et $\vec{u}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ colinéaires $\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{vmatrix} m^2 & 1 \\ 2m & 1 \end{vmatrix} = 0 \\ \begin{vmatrix} 2m & 1 \\ 2(m^2-m-1) & 1 \end{vmatrix} = 0 \\ \begin{vmatrix} m^2 & 1 \\ 2(m^2-m-1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow$ m=$1+\sqrt{2}$ ou
m=$1-\sqrt{2}$

Exercice4

$\vec{u};\vec{v};\vec{w}$ sont coplanaires$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -2 & -3 & -1 \\ 0 & 3 & a \end{vmatrix} = 0$ $\Leftrightarrow$a=-3

Exercice5

Si D et D' sont secantes en un point M(x ;y ;z) alors $\begin{cases} x = 1-\propto \\ y = 2+2\propto \\ z = -\propto \\ x-y+z+1=0 \\ 3x+y-5z-5=0 \end{cases}$ α϶IR donc

α=0 et donc x=1 ; y=2 et z=0
Donc D$\cap D'$ ={A} ;A (1 ;2 ;0)

Exercice6

$\vec{u}\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ *est* un vecteur directeur de D puisque 11x(-2)+7x(-1)-2x1≠0 alors $\vec{u}$ n'est pas un vecteur directeur de P
D'où D coupe P en un point M(x ;y ;z) en remplacant x ;y et z dans l'équation du plan on trouve α=-18/31
X=67/31 ; y=152/31 et z= -18/31 (si j'ai pas commis une erreur de calcul)

Exercice7

Comme les exercices précedents