LYCEE EL AHD EL JADID JENDOUBA DEVOIR DE SYNTHESE N°1

MATHS CLASSE (53èM)

DUREE: 2H

EXERCICE1(9pts)

Le but de cet exercice est de construire un pentagone régulier

Un pentagone régulier est un polygone de 5 cotes isométriques inscrit dans un cercle sont centre est le centre de son cercle circonscrit

Soit $\left(o,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ}\right)$ un repère orthonormé et (Ω) le cercle trigonométrique de centre o ; on prendra pour (unité : 4cm) pour la clarté de la figure

On veut calculer cos (π/5) pour cela on veut placer un point A sur le cercle (Ω)

Tel que $(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OA}) \equiv \frac{\pi}{5}\,(2\pi)$

1) quels sont les coordonnes de A
2) on pose $\begin{cases} x = \cos(\frac{\pi}{5}) \\ y = \sin(\frac{\pi}{5}) \end{cases}$

B (cos2π/5 ; sin2π/5) ; C (cos3π/5;sin3π/5) et D (cos4π/5 ; sin4π/5)

a)montrer que A et D sont symétriques par rapport à (O ;$\overrightarrow{OJ}$) de même pour B et C

b) en déduire alors que sin (2π/5)=sin(3π/5)

3) montrer que sin (2π/5)=2xy

4)a)montrer que sin (3π/5)=$4x^2$y-y

b) en déduire que $4x^2-2x-1=0$

5) en déduire alors que cos (π/5)=$\frac{1+\sqrt{5}}{4}$

6) montrer alors que cos (2π/5)=$\frac{\sqrt{5}-1}{4}$

7) On pose ψ=2cos (π/5)

Montrer que $\frac{1}{\psi} = \psi - 1$

8) *soit H le point tel que* $\overrightarrow{OH} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{OI}$ montrer que HJ=$\frac{\sqrt{5}}{2}$

9) le cercle de centre H et passant par J coupe [OI) en K

a) montrer que OK=$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ la médiatrice de [OK] coupe (Ω) en deux points

Dont l'un est M_1 d'ordonnée positive

b) calculer alors les coordonnées de M_1

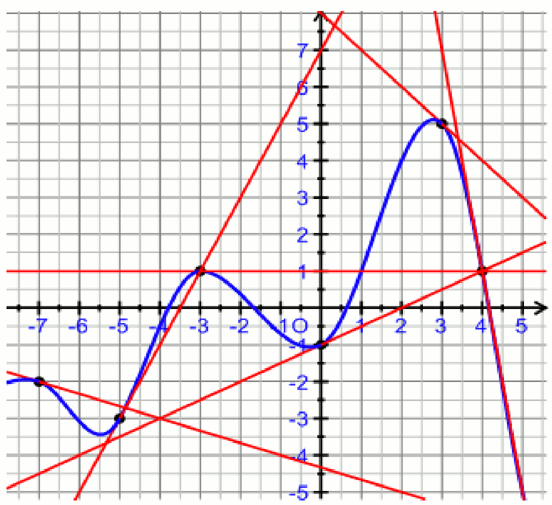
c) construire alors le pentagone demande

EXERCICE2(3pts)

Pour chaque question, <u>une seule</u> réponse est correcte. Une réponse juste apporte 0,75points, une réponse fausse ou L'absence de réponse ("Je ne sais pas") ne rapporte ni n'enlève aucun point.

QUESTION1

On donne ci-dessous la courbe d'une fonction f
Les points marqués sont sur la courbe et ont des coordonnées entières.
Les droites sont tangentes à la courbe en ces points.



f’(-3)=

1
1/2
2
0

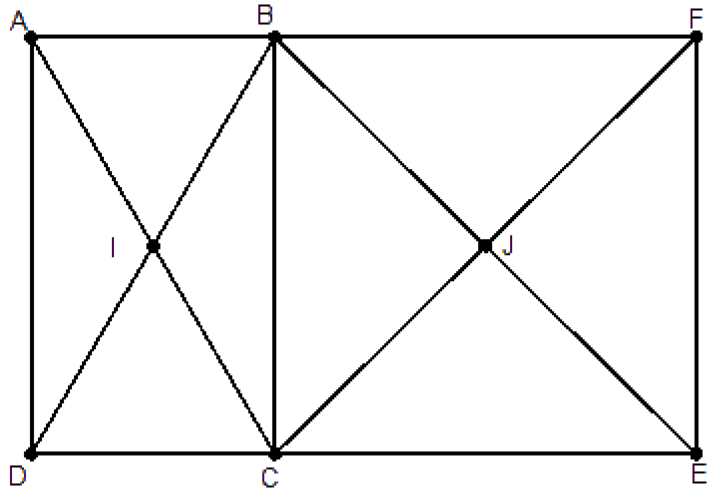
EXERCICE2

ABCD est un rectangle de centre I tel que :

$(\overrightarrow{AB}\ ;\ \overrightarrow{AD}) = -\frac{\pi}{2}$ et $(\overrightarrow{CB}\ ;\ \overrightarrow{CA}) = \frac{\pi}{6}$

BCEF est un carré de centre J tel que :

$(\overrightarrow{BC}\ ;\ \overrightarrow{BF}) = \frac{\pi}{2}$



l’angle $(\overrightarrow{IC}\,;\overrightarrow{IF})$a pour mesure

-5π/12
5π/12
-7π/12
7π/12

QUESTION3

$\cos\frac{7\pi}{4} =$	A : 0 B : 1 C : -1 D : $\frac{1}{2}$ E : $-\frac{1}{2}$ F : $\frac{\sqrt{2}}{2}$ G : $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ H : $\frac{\sqrt{3}}{2}$ I : $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

QUESTION4

$$\lim_{x\to-2^-}\left(3 - x - \frac{5}{x+2}\right) = \begin{cases} 5 \\ -\infty \\ +\infty \end{cases}$$

EXERCICE3

$$soit\ \ la\ fonction\ definie\ sur\ IR\ par\ f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2-2x} & si\ x \le 0 \\ \dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{x} & si\ x > 0 \end{cases}$$

On désigne par © sa courbe représentative dans un repère orthonormé

$$\left(O; \vec{i}; \vec{j}\right)$$

1)a) calculer $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

b) montrer que pour tout x>0 on : $f(x) = \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} - \frac{1}{x}$

c) en déduire $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

d) interpréter le résultat géométriquement

2)a) montrer que pour tout x<0 on : $f(x)+x=\frac{2}{\sqrt{1-\frac{2}{x}}+1}$

b) calculer $\lim_{x\to-\infty}(f(x)+x-1)$

c) en déduire que la courbe (C) admet une asymptote oblique Δ dont on déterminera une équation

d) étudier la position relative de (C)par rapport àΔ

3) a) donner une équation de la tangente à (C) au point d'abscisse -3

b) montrer que f est continue en 0