DEVOIR N°5

Guesmi.B

EXERCICE1

le plan complexe est muni d'un repère orthonormal $(O;\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})$

on appelle B le point d'affixe i et M$_1$ le point d'affixe $z_1 = \dfrac{\sqrt{3}-1}{2}(1-i)$

1) écrire z_1 sous forme trigonométrique.

2)soit M$_2$ le point d'affixe z_2 image de M$_1$ par la rotation de centre O et d'angle$\dfrac{\pi}{2}$

écrire z_2 sous forme trigonométrique.montrer que M$_2$ est sur la droite d'équation $y = x$.

3)soit M$_3$ le point d'affixe z_3 image de M$_2$ par l'homothétie de centre O et de rapport $\sqrt{3}+2$

a) montrer que $z_3 = \dfrac{\sqrt{3}+1}{2}(1+i)$

b)montrer que M$_1$ et M$_3$ sont sur un cercle de centre B et de rayon $\sqrt{2}$

4)construire, à la règle et au compas, les points M$_1$,M$_2$,M$_3$(on utilisera les questions précédentes et on expliquera la construction)

EXERCICE2

(on rappelle que :$a^b = e^{b\ln a}$ pour $a > 0$)

pour tout réel m non nul ,on note f_m la fonction définie par :

$f_m(x) = (1+x)^{mx}, \forall x \in]-1;+\infty[$

1)Montrer que f'_m a le même signe que $m\varphi(x)$ avec:

$\varphi(x) = \dfrac{x}{x+1} + \ln(x+1)$

2)Déterminer le sens de variation de $\varphi(x)$ sur $]-1;+\infty[$.

calculer $\varphi(0)$ et en déduire le signe de φ

3)Dresser le tableau de variations de f_m (on distinguera deux cas selon les valeurs de m)

4)on travaille dans cette question uniquement dans le cas où $m < 0$.

soit g_m la fonction définie par :$\begin{cases} g_m(x) = (1+x)^{mx}, \forall x \in]-1;+\infty[\\ g_m(-1) = 0 \end{cases}$

(en fait g_m est égale à f_m sauf qu'on a rajouté la valeur $g_m(-1) = 0$)

a)étudier la dérivabilité et la continuité de g_m en -1

(on distinguera trois cas:$m < -1; m > -1; m = -1$)

b)tracer sur un même graphique les courbes représentatives de $g_{-1}, g_{-0{,}5}$ et de f_1