DEVOIR N°3

Guesmi.B

EXERCICE1

On considère la fonction f définie par : $f(x) = \dfrac{x^3+9x}{x^2+1}$, $\forall x \in \mathbb{R}$

1) Montrer que f est impaire .
2) Dresser le tableau de variations de f sur $[0;+\infty[$
(on remarquera que $f'(x) = (\dfrac{x^2-a}{x^2+1})^2$, a étant à déterminer)
3) Déterminer une équation de la tangente,notée (T), à (C_f) au point d'abscisse 0.
Etudier la position de (T) par rapport à (C_f)
4) Montrer que (C_f) admet une asymptote oblique, notée (Δ), en $+\infty$
5) Tracer (C_f), (T), (Δ).

EXERCICE2

1) Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par: $g(x) = x\sqrt{x^2+1} - 1$
a) Etudier le sens de variations de g
b) Montrer qu'il existe un unique réel α tel que $g(\alpha) = 0$ et que de plus: $0,7 \leq \alpha \leq 0,8$
c) En déduire le signe de g
2) On considère maintenant la fonction f définie par:
$f(x) = \dfrac{x^3}{3} - \sqrt{1+x^2}$, $\forall x \in \mathbb{R}$
Dresser le tableau de variations de f

EXERCICE3 (les deux questions sont indépendantes)

1)Soit a et b deux entiers naturels strictement positifs.(avec $a \leq b$)
Résoudre le système: $\begin{cases} ppcm(a;b) = 210p\,\mathrm{gcd}(a;b) \\ b - a = p\,\mathrm{gcd}(a;b) \end{cases}$
2)a) Déterminer une solution dans $\mathbb{Z}x\mathbb{Z}$ de l'équation : $27x + 5y = 1$
b)résoudre dans $\mathbb{Z}x\mathbb{Z}$ l'équation : $27x + 5y = 1$