

Exercice 1 : (3 points)

Pour chacune des questions une seule des trois réponses est exacte. Une réponse correcte vaut 0.5 point, une réponse fautive ou l'absence de la réponse vaut 0 point. Aucune justification n'est demandée.

1) Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 2}$ alors $f'(x) =$

a) $\frac{1}{2\sqrt{x^2 + 2x + 2}}$ b) $\frac{x+1}{2\sqrt{x^2 + 2x + 2}}$ c) $\frac{x+1}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}$

2) Une primitive de la fonction $f : x \mapsto x^3 + \frac{1}{5}x^2 - 4$ est :

a) $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{5}x^3 - 4x$ b) $\frac{1}{4}x^4 + \frac{3}{5}x^3 - 4x$ c) $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{15}x^3 - 4x$

3) Soit la matrice $M = \begin{pmatrix} 3 & x \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$, où x est un réel. M est inversible

a) pour tout réel x b) pour tout réel x de $\mathbb{R} \setminus \{6\}$ c) pour tout réel x différent de 0

4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x-1} - \sqrt{x}) =$ a) $+\infty$ b) $-\infty$ c) 0

5) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x^3} + x^2 - 1\right) =$ a) 0 b) $+\infty$ c) -1

6) L'égalité $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ est l'écriture matricielle du système

a) $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ x = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = 1 \\ -2x = 2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + y = 1 \\ -2y = 2 \end{cases}$

Exercice 2 : (6 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 + 12x - 2$. On désigne par ξ_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan

1) a) Dresser le tableau de variation de f

b) En déduire que l'équation $f(x) = 0$ admet dans \mathbb{R} une unique solution α

c) Vérifier que $0 < \alpha < 1$

d) Déterminer le signe de $f(x)$ dans chacun des intervalles $]-\infty, \alpha[$ et $]\alpha, +\infty[$

2) Déterminer une équation de la tangente T à ξ_f au point d'abscisse 1

3) Montrer que ξ_f admet un point d'inflexion que l'on déterminera

4) a) Montrer que f admet une primitive sur \mathbb{R}

b) Déterminer la primitive F de f qui s'annule en 2

Exercice 3 : (6 points)

Soit le système (S)
$$\begin{cases} 2x + 5y + 3z = 1 \\ x + 3y + 2z = 2 \\ x + 2y + 2z = 3 \end{cases}$$

1) Déterminer la matrice M du système (S)

2) Montrer que M est inversible

3) Vérifier que la matrice inverse de M est $M^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

4) Résoudre par un calcul matriciel le système (S)

5) Résoudre par la méthode de Cramer le système (S)

Exercice 4 : (5 points)

On considère la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$

1) a) Montrer que f est dérivable sur $]0, +\infty[$ et déterminer sa fonction dérivée

b) Dresser le tableau de variation de f

2) Montrer que f réalise une bijection de $]0, +\infty[$ sur un intervalle J que l'on déterminera

3) Calculer $f(1)$ et en déduire $(f^{-1})'(\frac{1}{2})$

4) Expliciter $(f^{-1})(x)$ pour x élément de J

5) Déterminer $(f^{-1})'(x)$ pour x élément de J