Lycée El Ahd El Jadid Jendouba devoir de synthese N°2 (2000)
(3è maths) prof:Guesmi.B

EXERCICE1

Soit la fonction $f_m(x) = x(x-2) + 2m(x+1)$ avec $m \in IR$

On designe par (C_m) sa courbe representative dans un repere $(O,\vec{I},\vec{J})$

1) Montrer que toutes les courbes (C_m) passent par un point A dont on determinera les coordonnees.

2) a) determiner en fonction de m les coordonnees du sommet S_m de (C_m)

3) Montrer que le sommet S_m decrit une parabole d'equation $g(x) = -x^2 - 2x + 2$ l'orsque m decrit IR

4) montrer que l'ordonnee' de S_m passe par un maximum que l'on determinera

5)construire la courbe (C_2)

6) Peut-on trouver une courbe C_m ayant son sommet sur la droite $D: 2x - y + 5 = 0$

Exercice2

ABC est un triangle rectangle isocele tel que $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{2}(2\pi)$

soit I le point d'intersection des bissectrices interieurs du triangle ABC on designe par

$r_1 = R(A,\frac{\pi}{2})$; $r_2 = R(C,\frac{\pi}{4})$

1) construire A' image de A par r_2

2) a) Montrer que $r_2 = S_{(CI)} o S_{(AC)}$

b) Determiner la droite Δ telle que $S_{(AC)} o S_{\Delta} = r_1$

3) a) On note $f = r_2 o r_1$ montrer que f est une rotation dont on precisera le centre et l'angle

b) En deduire alors que $IA = IA'$

Exercice3

Un sac contient 10 boule indiscenables au toucher dont 3 sont rouges ey numerotees 1,2,3 et deux sont blanches numerotees 4,5 et 5 vertes numerotees 6,7,8,9,10

Ontire simultanement 3 boules du sac combien ya -t-il

a) de tirage possible

b) De tirage contenant

1) 3 boules de meme couleur

2) 3 boules de couleurs differentes

3) au moins une boule blanche

4)Au plus 2 vertes

Exercice4

pour tout entier $n \succ 0$,on definit la fonction $f_n(x) = x^n\sqrt{1-x}$ $\forall x \in [0,1]$

on admet que si est derivable et $f \succ 0$ alors $\sqrt{f}$ est derivable et on a $(\sqrt{f})' = \frac{f'}{2\sqrt{f}}$

1) calculer $f_n(0)$ et $f_n(1)$

2) a) justifier que f_n est derivable sur [0,1[et montrer que $f_n'(x) = \frac{x^{n-1}}{2\sqrt{1-x}}[2n - (2n+1)x]$

b)etudier la derivabilite de f_n en 1

c)dresser le tableau de variation de f_n

3) a)montrer que f_n admet un maximum a_n que l'on exprimera en fonction de n

b) prouver que $a_n \le \frac{1}{\sqrt{2n+1}}$

bonne chance