

# liste d'exercices avec indications

**Exercice1** L'espace E étant rapporté a un repère orthonormé  $(O, \vec{I}, \vec{J}, \vec{K})$  on considère les droites D et D'

$$\text{dont les représentations paramétriques sont } D: \begin{cases} x = 1 - 2k \\ y = 2 + 4k \\ z = 1 - k \end{cases}, \quad k \in \mathbb{R} \quad D': \begin{cases} x = 2 + h \\ y = 1 + 3h \\ z = 3 - 2h \end{cases} \quad h \in \mathbb{R}$$

- 1) D et D' sont elles sécantes
- 2) Soit A le point de la droite D d'abscisse 3 on mène par A la droite  $\Delta // D'$   
trouver une représentation paramétrique de  $\Delta$
- 3) les droites D et  $\Delta$  déterminent un plan P
  - a) Trouver une équation cartésienne de P
  - b) Calculer  $d(O, P)$  (distance de O à P)
- 4) calculer  $d(O, \Delta)$

**Exercice1**  $(O, \vec{I}, \vec{J}, \vec{K})$  repère orthonorme on considère la famille de plan  $P_m : (m-1)x + (2m-1)y + mz$

- 1) Existe-t-il une valeur du réel m pour laquelle le vecteur  $\vec{V} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$  soit un vecteur normal à  $P_m$
- 2) Pour quelle valeur de m  $P_m$  est perpendiculaire à Q tel que  $Q : x + 2y - z + 1 = 0$
- 3) Pour quelle valeur de m  $P_m$  est perpendiculaire à D avec  $D : \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = z+2$

**Exercice2** Etudier les variations de la fonction  $f(x) = \frac{1}{2\cos 2x}$  et construire sa courbe (C) dans un repère

- 2) soit  $g(x) = \frac{\sin^2 x}{\cos 2x}$  et soit D l'ensemble de définition de g. Montrer que  $\forall x \in D \quad f(x) - g(x) = k$  avec est une constante réelle que l'on déterminera
- 3) soit (C') la courbe représentative de g montrer que (C') se déduit de (C) par  $t_{\frac{1}{2}\vec{j}}$  tracer (C')

**Exercice4** I) soit la fonction  $f_m(x) = \frac{(mx)^2 - mx + 2}{mx + 2} \quad m \in \mathbb{R}^*$

On désigne par  $(C_m)$  la courbe représentative de  $f_m$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{I}, \vec{J})$

- 1) Montrer que toutes les courbes  $(C_m)$  passent par un point fixe A dont on déterminera les coordonnées
- 2) montrer qu'il n'existe qu'une seule valeur de m que l'on déterminera telle que le point S(4,7) appartienne à  $(C_m)$
- 3) Soit f la fonction correspondante à la valeur trouvée dans 2°)
  - a) Etudier f et construire sa courbe (C)
  - b) Soit  $\Omega(2,3)$  montrer que  $\Omega$  est un centre de symétrie de (C)
- 4) Déterminer la valeur de m pour laquelle la courbe  $(C_m)$  admet comme asymptote oblique la droite D de coefficient directeur 2. soit g la fonction correspondante à cette valeur et étudier et représenter g

## Indication

**Exercice 1** 1)  $\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$  est un vecteur directeur de D  $\vec{u}' \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$  est un vecteur directeur de D'

Remarque que  $-2 \times 3 - 1 \times 4 \neq 0$  donc D et D' ne peuvent pas être parallèles

Supposer qu'elles sont sécantes donc résoudre le système 
$$\begin{cases} 1 - 2k = 2 + h \\ 2 + 4k = 1 + 3h \\ 1 - k = 3 - 2h \end{cases}$$

En déduire alors le résultat

2)  $A \in D$  et A d'abscisse 3 et  $\Delta // D'$  donc un vecteur directeur de  $\Delta$  est  $\vec{u}'$

On sait que dans D  $x=3$  donc  $k=-1$  alors  $y=-2$  et  $z=2$  d'où  $A(3; -2; 2)$  on a aussi  $\vec{u}'$  une représentation de  $\Delta$  est évidente

3) a) D et  $\Delta$  et A peuvent déterminer le plan car on a deux vecteurs directeurs de D et  $\Delta$

b) P :  $ax + by + cz + d = 0$  ( $a, b, c \neq (0, 0, 0)$ ) un plan  $B(\alpha; \beta; \gamma)$   $d(A; (P)) = \frac{|a\alpha + b\beta + c\gamma + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$  d'où le résultat

4) même raisonnement que 3)

**Exercice 2**

1)  $m = 3/8$

2)  $m = 3/2$

3)  $m = 5/9$

**Exercice 4** pour  $m=1$  on a :  $f_1(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x + 2}$  pour  $m=2$  on cherche  $f_2(x)$  et on résout

$f_1(x) = f_2(x)$  la valeur  $\alpha$  trouvée de  $x$

Doit vérifier  $f_m(x) \forall m \in \mathbb{R}^*$

Le reste est simple