Lycée S nouvelle ère Prof: Khemissi. A	Devoir de synthèse N°2 Mathématiques	4ème EG 1+2+3 Durée : 2 heures

Exercice 1 : (4 points)

Soit $M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ la matrice associée à un graphe G de sommets A, B, C, D et E

1) Justifier que G est un graphe orienté.
2) Déterminer le nombre d'arcs sortant du sommet B
3) Déterminer le nombre d'arcs rentrant au sommet E
4) Dessiner ce graphe
5) Montrer que le graphe G admet au moins une chaîne eulérienne. Déterminer une
6) Le graphe G admet-il un cycle eulérien ? Justifier

Exercice 2 : (5 points)

Le tableau suivant donne l'évolution du nombre de livres vendus par mois en milliers

Mois	Janvier 2002	Janvier 2003	Juillet 2004	Janvier 2004	Juillet 2004
Rang du mois x_i	1	13	19	25	28
Nombre de livres y_i	1,2	2,5	3,5	5,1	6

1) Représenter le nuage de points de la série (x_i, y_i)
2) Le nuage obtenu permet d'envisager un ajustement exponentiel
   a) Recopier et compléter le tableau ci-dessous (les résultats seront arrondis à 10^{-3} près)

Rang du mois x_i	1	13	19	25	28
$z_i = \ln(y_i)$			1,253		

   b) Donner une équation de la droite de régression de z en x
   c) Exprimer alors y en fonction de x
   d) Donner une estimation à l'unité près du nombre de livres qui seront vendus en janvier 2205
   e) A partir de quel mois peut-on prévoir que le nombre de livres vendus dépasse 13000 ?

Exercice 3 : (6 points)

Soit la fonction g définie sur IR par $g(x) = e^{x} + x + 1$ et on désigne par ζ_g sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1)a) Calculer les limites de g en $+\infty$ et en $-\infty$

b) Calculer la limite de $\frac{g(x)}{x}$ en $+\infty$. Interpréter le résultat obtenu

c) Dresser le tableau de variation de g

2)a) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans IR et que $-1.28 < \alpha < -1.27$

b) En déduire le signe g(x) sur IR

4) soit la fonction f définie sur IR par $f(x) = \dfrac{xe^{x}}{e^{x}+1}$

a) Déterminer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$

b) Montrer que $f'(x) = \dfrac{e^{x}\,g(x)}{\left(e^{x}+1\right)}$

c) Dresser le tableau de variation de f

d) Déterminer l'équation de la tangente T à ζ_f au point d'abscisse 0

e) Montrer que la droite D : $y = x$ est une asymptote à ζ_f au voisinage de $+\infty$

Exercice 4 : (5 points)

I) Pour chacune des questions une seule des quatre réponses est exacte. Une réponse correcte vaut 1 point, une réponse fausse ou l'absence de la réponse vaut 0 point. Aucune justification n'est demandée.

1) $\int_0^1 e^{x}\,dx =$ **a) 0 , b) e - 1 , c) e , d) 1**

1) La limite lorsque x tend vers $+\infty$ de $\ln x - x + 1$ est

a) 0 , b) 1 , c) $+\infty$ **, d)** $-\infty$

II) Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, i , j)

La courbe ζ ci-dessous est celle d'une fonction f définie et dérivable sur IR

Utiliser le graphique pour répondre aux questions suivantes :

a) Déterminer f (-1), f (2), f '(-1) et f (2)

b) Déterminer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$

c) Préciser les asymptotes de ζ

d) Dresser le tableau de variation de f