Lycée Secondaire El Ahd El Jadid Jendouba **Classes:3èSI1+2**

Devoir de synthese N°2 **Durée:2H** (2002)

....

Exercice 1

$(O,\vec{i},\vec{j})$ un repere orthonorme on considere les points $A(2;1)$ et $B(-1;4)$ pour tout point $M(x;y)$

on pose $f(M) = 2MA^2 + MB^2$

1)a) calculer $f(O)$ et $f(A)$

b) soit $I(1;2)$ calculer $f(I)$

c) exprimer $f(M)$ en fonction de x et y

2) a) Trouver une equation de L_{12} des points M du plan tels que $f(M) = 12$

b) montrer que $3x^2 + 3y^2 - 6x - 12y + 27 = 3(x-1)^2 + 3(y-2)^2 + 12$

c) en deduire la nature de L_{12}

3) a) Montrer que si $k < 12$ alors l'ensemble L_k des points M tels que $f(M) = k$, $k \in IR$ est l'ensemble vide

b) Montrer que si $k > 12$ alors l'ensemble L_k est un cercle dont on precisera le centre et le rayon

4) soit G le barycentre des points (A;2) et (B;1)

a) montrer que $GA = \sqrt{2}$ et que $GB = 2\sqrt{2}$

b) montrer que $f(G) = 12$

c) Montrer que $f(M) = 3MG^2 + 12$

5) soit (ζ) l'ensemble des points M tels que $f(M) = k$

determiner (ζ) suivants les valeurs de k

Exercice 2

soit la fonction $f(x) = \dfrac{(x^2-2)^3}{x+1}$; $\forall x \in IR - \{-1\}$

1) Etudier les variatins de f

2) soit les propositions

p : $f'(x) = \dfrac{(x^2-2)^2(5x^2+6x+2)}{(x+1)^2}$ pour $x \in IR - \{-1\}$ (f(x) definie dans la quetion precedente)

q : le systeme (S) $\begin{cases} 2x - y + z = 1 \\ x + y - z = 2 \\ 3x - 2y + z = 2 \end{cases}$ admet le triplet (1;0;-1) comme solution

r : le P.G.C.D(45;21) = 9

Donner la valeur de vérite de

a) $p \Rightarrow r$ b) $r \Rightarrow p$ c) p v q

d) a-t-on $p \Leftrightarrow r$ (justifier)