

Exercice 1

Soit a, b et c trois réels et f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax^2 + bx + c$

on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j})

- 1) soit α un réel calculer le nombre dérivé de f en α
- 2) déterminer les réels $a; b$ et c pour que la courbe (C) passe par $A(3;0)$ $B(1;-2)$ et admet en A une tangente de coefficient directeur -3

Exercice 2

(O, \vec{i}, \vec{j}) un repère orthonormé on considère les points $A(-3;1); B(1;5)$ et $C(-1;-3)$

Pour tout point $M(x;y)$ on pose $g(M) = MA^2 - MB^2$

- 1) a) calculer $g(O); g(A)$ et $g(C)$
- b) exprimer $g(M)$ en fonction de x et y
- 2) a) Trouver une équation de l'ensemble L_0 des points M tels que $g(M) = 0$
- b) faire une figure représentant $A; B$ et L_0 , le résultat est-il surprenant
- 3) trouver une équation de l'ensemble L_1 des points M du plan tels que $g(M) = 1$
- 4) quelle est la nature de l'ensemble L_k des points M du plan tels que $g(M) = k; k \in \mathbb{R}$

Exercice 3

On considère les trois propositions

p : la fonction dérivée $f'(x)$ de $f(x) = \frac{(2x-1)(1-x)^3}{(x+1)}$ est $f'(x) = -6x\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2$

q : le système $(S) \begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ -x + y - 2z = 0 \\ 3x - y + z = -2 \end{cases}$ admet le triplet $(-1; 1; -2)$ comme solution

r : la suite géométrique $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $v_2 = 27$ et $v_5 = 8$ admet pour terme $v_1 = 18$
donner la valeur de vérité de chacune des propositions

- a) $p \Rightarrow q$ b) $p \Rightarrow r$ c) $\text{non}(p) \Rightarrow q$ d) $\text{non}[q \vee r \Rightarrow r] \Rightarrow p$

Exercice 4

Résoudre dans \mathbb{R}^3

$$a) \begin{cases} 2x - 2z = -3 \\ 2x + 2y - 3z = 9 \\ 4x + 4y - z = 3 \end{cases} \quad b) \begin{cases} 2x + 3y + 5z = 8 \\ x + 4y + 5z = 2 \\ x + y - 10z = 2 \end{cases} \quad \text{par la méthode du pivot de Gauss et par substitution}$$