Lycée El Ahd El Jadid Jendouba **21- 04 - 2010**	**Devoir de contrôle n°3** **Mathématiques**	**Niveau : 4ème EG 3** **Prof : Khemissi. A** **Durée : 2 heures**

Exercice 1 : (3 points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse correcte vaut 0.75 point, une réponse fausse ou l'absence de la réponse vaut 0 point.

1) La limite de la suite (U_n) définie sur IN par $U_n = 0,1 + (0,5)^n$ est égale à

a) 0.1 b) 0.5 c) 0

2) La suite (V_n) définie sur IN par $V_n = -\ln(1+n)$ est

a) croissante b) décroissante c) constante

3) Le tableau ci-dessous décrit la loi de probabilité d'une variable aléatoire X

x_i	-1	0	1
p_i	0.25	0.5	0.25

a) E(X) = 0 b) E(X) = 0.25 c) E(X) = 1

4) Si A et B 2 évènements vérifiant $p(A) = \frac{3}{5}$, $p(B) = \frac{7}{10}$ et $p(A \cup B) = \frac{9}{10}$ alors $p(A \cap B) =$

a) $\frac{13}{10}$ b) $\frac{21}{50}$ c) $\frac{2}{5}$

Exercice 2 : (6 points)

Une urne contient neuf jetons indiscernables au toucher dont cinq rouges numérotés 1, 1, 1, 3, 3 et quatre noirs portant le chiffre 2.
Une épreuve consiste à tirer simultanément deux jetons de l'urne.

1) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
   A : « Les jetons tirés sont de couleurs différentes ».
   B : « Les jetons tirés sont rouges ».
   C : « Les jetons tirés sont rouges et portent le même chiffre ».
   D : « Les jetons tirés portent le même chiffre sachant qu'ils sont rouges ».
2) Soit X la variable aléatoire prenant pour valeurs la somme des chiffres marqués sur les Jetons tirés.
   a) Déterminer la loi de probabilité de X.
   b) Calculer l'espérance mathématique de X.
3) Une opération consiste à répéter l'épreuve quatre fois de suite en remettant à chaque fois les deux jetons tirés dans l'urne. Soit Y la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de fois où les deux jetons tirés sont de couleurs différentes.
   a) Déterminer la loi de probabilité de Y.
   b) Calculer E(Y) et V(Y)

Exercice 3 :(5 points)

Soit la suite réelle définie sur IN par : $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \dfrac{U_n}{2+U_n} \end{cases}$

1) a) Calculer U_1 et U_2

b) Justifier alors que la suite (U_n) n'est ni arithmétique ni géométrique

2) a) Montrer par récurrence que pour tout n $\in$IN ; on a $U_n > 0$

b) Montrer que la suite (U_n) est décroissante

c) En déduire que (U_n) est convergente et calculer sa limite

3) Soit la suite (V_n) définie sur IN par $V_n = \dfrac{U_n}{1+U_n}$

a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $q = \dfrac{1}{2}$

b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n

c) Trouver alors la limite de la suite (U_n)

Exercice 4 : (6 points)

Soit la fonction g définie sur IR par $g(x) = e^x + x + 1$ et on désigne par ζ_g sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1) a) Calculer les limites de g en $+\infty$ et en $-\infty$

b) Calculer la limite de $\dfrac{g(x)}{x}$ en $+\infty$. Interpréter le résultat obtenu

c) Dresser le tableau de variation de g

2) a) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans IR .

Vérifier que $-1.28 < \alpha < -1.27$

b) En déduire le signe g(x) sur IR

3) Soit la fonction f définie sur IR par $f(x) = \dfrac{x\ e^x}{e^x+1}$

a) Déterminer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$

b) Montrer que $f'(x) = \dfrac{e^x\ g(x)}{(e^x+1)^2}$

c) Dresser le tableau de variation de f

d) Déterminer l'équation de la tangente T à ζ_f au point d'abscisse 0

e) Montrer que la droite D : $y = x$ est une asymptote à ζ_f au voisinage de $+\infty$