

Exercice 1 : (4 points)

Pour chacune des questions une seule des trois réponses est exacte. Une réponse correcte vaut 1 point, une réponse fautive ou l'absence de la réponse vaut 0 point. Aucune justification n'est demandée. Trouver la réponse correcte.

1) La fonction définie par $f(x) = \ln(x^2 + 3)$ est dérivable sur \mathbb{R} et $f'(x) =$

a) $\frac{1}{x^2 + 3}$ b) $\frac{2x}{x^2 + 3}$ c) $\frac{2x}{(x^2 + 3)^2}$

2) Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = x + \ln x$ et ζ sa courbe représentative dans un repère orthonormé. Une équation de la tangente à ζ au point d'abscisse 1 est

a) $y = 2x$ b) $y = 2x + 1$ c) $y = 2x - 1$

3) La limite de $\frac{x-1}{\ln x}$ lorsque x tend vers $+\infty$ est égale à

a) 0 b) $-\infty$ c) $+\infty$

4) La limite de $\ln(x-4)$ lorsque x tend vers 4^+ est égale à

a) 0 b) $-\infty$ c) $+\infty$

Exercice 2 : (8 points)

Le tableau suivant donne les dépenses, en milliers de dinars, d'une entreprise pour l'achat de matières premières de 1996 à 2004.

Années	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Dépense y_i	398	451	423	501	673	956	1077	1255	1427

Tous les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.

- Calculer \bar{x} , $V(x)$, $\sigma(x)$, \bar{y} , $V(y)$, $\sigma(y)$ et $\text{cov}(x,y)$
- a) Calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série (x_i, y_i)
b) Un ajustement affine paraît-il justifié ?
- Donner une équation de la droite de régression de y en x
- Donner une estimation de la dépense de l'entreprise en 2009 à mille dinars près
- Le nuage de points de la série précédente permet d'envisager un ajustement exponentiel.
On pose $z_i = \ln y_i$

a) Recopier et compléter le tableau suivant

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
z_i	5.986	6.111	6.047						

b) Donner une équation de la droite de régression de z en x

c) Exprimer alors y en fonction de x

d) Donner, à l'aide de cet ajustement, la dépense en 2009 à mille dinars près

Exercice 3 : (8 points)

1) Soit g la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $g(x) = x^2 - 1 + \ln(x)$ et on désigne par ζ_g sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan.

a) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.

b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x}$. Interpréter graphiquement les résultats obtenus.

2) Dresser le tableau de variation de g.

3) Calculer g(1) et en déduire le signe de g(x) suivant les valeurs de x.

4) On considère la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = x - 1 - \frac{\ln(x)}{x}$.

On désigne par ζ_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan.

a) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x - 1))$ et interpréter graphiquement le résultat.

c) Etudier la position relative de ζ_f et de la droite D d'équation $y = x - 1$

5) a) Montrer que pour tout $x \in]0, +\infty[$, $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

b) Dresser le tableau de variation de f.

