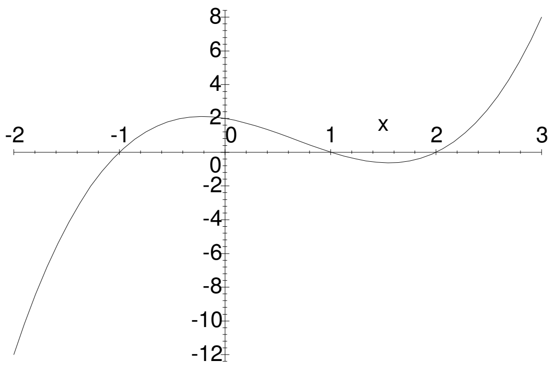
Correction devoir N2

Guesmi.B

premiere partie:

Voici la courbe représentative de f'



répondre aux questions suivantes :

- V$\boxtimes$ F$\square$ f est décroissante sur $[-2;-1]$
  car $f' \leq 0$ sur l'intervalle
- V$\square$ F$\boxtimes$ f est obligatoirement négative sur $[-2;-1]$
  f peut trés bien être décroissante et positive. ça n'a rien à voir.
- V$\square$ F$\boxtimes$ f est paire
  on peut démontrer que si f est paire alors f' est impaire (ce qui n'est pas le cas ici). Ou plus simplement puis (C_f) est symétrique par rapport à (Oy) on devrait avoir $f'(0) = 0$ (ce qui n'est pas le cas ici)
- V$\boxtimes$ F$\square$ on suppose que $f(-1) = 0$. Alors $f(1) > 0$
  car $f' \geq 0$ sur l'intervalle et $f(-1) \geq 0$ ...
- V$\square$ F$\boxtimes$ f'' est positive sur $[-2;1]$
  car f' est décroissante sur l'intervalle $[0;1]$
- V$\square$ F$\boxtimes$ f'' est croissante sur $[-2;1]$
  on voit que la pente de la tangente décroit...

deuxième partie:

- V$\boxtimes$ F$\square$ si pour tout x non nul,on a: $\dfrac{f(x)}{x} > 1$ alors $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$
  car $f(x) > x$ quand $x > 0$
- V$\square$ F$\boxtimes$ si pour tout x on a: $f(x) > 0$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$ alors $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) * g(x) = +\infty$
  prendre par exemple : $g(x) = x$ et $f(x) = \dfrac{1}{x}$
- V$\square$ F$\boxtimes$ l'équation : $4x^3 - 6x^2 + 1 = 0$ admet une seule solution dans $[0; 2]$
  il y en a deux (faire rapidement le tableau de variations ou utiliser la calculatrice!)
- V$\square$ F$\boxtimes$ hé non. La fonction $\dfrac{1}{x}$ est impaire et s'annule 0 fois
- V$\boxtimes$ F$\square$ la fonction définie par $f(x) = x\sqrt{x}$ est dérivable en 0
  utiliser le taux d'accroissement
- V$\square$ F$\boxtimes$ soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ telle que f' est croissante. Alors $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$
  f' peut par exemple être négative...
- V$\square$ F$\boxtimes$ soit f une fonction telle que $f'(1) = 0$. Alors f possède un extrémum (minimum ou maximum) localement en 1(c'est à dire au voisinage de 1)
- pour avoir un extrémum local, f' doit s'annuler **en changeant de signe**

troisième partie: (les nombres évoqués dans la suite sont supposés être des nombres entiers supérieurs à 1
...)

- V$\square$ F$\boxtimes$ la somme de deux diviseurs d'un même nombre divise ce nombre
  ex: $2/2; 1/2$ mais $3 \nmid 2$
- V$\square$ F$\boxtimes$ tout nombre s'écrit de manière unique comme somme de puissances positives de 2
  exemple: $3 = 2^0 + 2^1 = 2^0 + 2^0 + 2^0$
  je reconnais ne pas avoir pensé à celà au départ car mon idée était de tester la connaissance sur l'unicité de l'écriture d'un nombre en binaire. Mais telle que la question est posée, c'est faux.

- V☒ F☐ si le reste est 75 dans la division euclidienne d'un entier par 132, alors le reste est 3 dans la division par 12
  $x = k * 132 + 75 = 11k * 12 + 6 * 12 + 3 = (11k + 6) * 12 + 3$
- V☒ F☐ le *ppcm* de deux nombres pairs ne peut être égal au produit de ces deux nombres
  $ppcm(a, b) = ab \Leftrightarrow p\,\mathrm{gcd}(a, b) = 1$ ce qui n'est pas le cas si les nombres sont pairs
- V☐ F☒ le *ppcm* de deux nombres est divisible par le carré de leur $p\,$gcd
  $ppcm(a, b) = da'b'$ et $a'b'$ n'est pas toujours divisible par d
- V☒ F☐ deux entiers consécutifs (strictement positifs) sont toujours premiers entre eux
  Bezout: $(n + 1) - n = 1$
- V☒ F☐ il peut y avoir trois vendredi 13 dans une même année
  on a : $30 \equiv 2[28]; 31 \equiv 3[28]; 28 \equiv 0[28]; 29 \equiv 1[28]$
  l'idée est donc de trouver deux suites de mois dont la somme des jours vaut 0[7]
  Prenons une année bisextile avec un vendredi 13 janvier
  on aura alors un vendredi 13 avril $(3 + 1 + 3 \equiv 0[7])$
  et également un vendredi 13 juillet $(2 + 3 + 2 \equiv 0[7])$
  une question mérite d'être posée. Existe t'il des années bisextiles avec un vendredi 13 janvier?
  prenons le 13 janvier d'une année bisextile.Ce n'est pas forcément un vendredi. Mais, quatre ans plus tard, on aura un décalage de 5 jours (un jour par année normale et deux pour une année bisextile), quatre ans aprés on aura un décalage de 3 jours (car 10$\equiv$ 3[7]) puis 1 puis 6 puis 4 puis 2 (celà vient du fait que $5 \wedge 7 = 1$). Et donc on finira bien par en trouver un... pas de chance.