

## EXERCICE (conique et complexe)

Guesmi.B

A tout point M du plan /M(x ;y) son affixe  $z=x+iy$  ;M' d'affixe  $z^2$  et z'' d'affixe  $z^5$

On considère l'ensemble  $E=\{M \in P \text{ tels que } M; M' \text{ et } M'' \text{ sont alignés}\}$

Déterminer et construire E

### CORRECTION

Soit  $R = (O; \vec{i}; \vec{j})$  un repère orthonormé

M(z) ;M'(z<sup>2</sup>) et M''(z<sup>5</sup>) sont alignés  $\Leftrightarrow \frac{z_{MM''}}{z_{MM'}} \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \frac{z_{M''} - z_M}{z_{M'} - z_M} \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \frac{z^5 - z}{z^2 - z} \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \frac{z^4 - 1}{z - 1} \in \mathbb{R} \text{ et } z \neq 0$$

$$\Leftrightarrow (z + 1)(z^2 + 1) \in \mathbb{R} \quad z \neq 0 \text{ et } z \neq 1$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - y^2 + 2x + 1 = 0 \quad (1) \text{ avec } x \neq 0; y \neq 0 \text{ et } x \neq 1$$

Cad  $M \neq O$  et  $Mn'$  appartient pas à la droite  $\Delta : x=1$

$$(1) \Leftrightarrow 3\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 - y^2 = \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{y^2}{\frac{2}{3}} - \frac{(x + \frac{1}{3})^2}{\frac{1}{3}} = 1 \quad (H) \text{ (Hyperbole) } \text{prive de } O \text{ et } \Delta : x=1 \quad (O \text{ n'est pas un point de } (H))$$

$K(1; \sqrt{6})$  et  $K'(1; -\sqrt{6})$  sont deux points de (H)

Soit  $\Omega(\frac{1}{3}; 0)$  un point M(x,y) dans le repère R et M(X;Y) dans le repère R'=( $\Omega; \vec{i}; \vec{j}$ )

$$\text{Donc } \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{O\Omega} + \overrightarrow{\Omega M} \text{ on aura } \begin{cases} x = X + \frac{1}{3} \\ y = Y \end{cases} \quad (2)$$

Donc l'équation sera  $\frac{y^2}{\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2} - \frac{x^2}{\sqrt{2}^2} = 1$  posons alors  $a = \sqrt{2}$  et  $b = \sqrt{\frac{2}{3}}$  et alors

$c = \sqrt{a^2 + b^2} = 2\sqrt{\frac{2}{3}}$  donc dans le repère  $R'$  ; (E) est une hyperbole

De foyer  $F\left(0; 2\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$  et  $F'\left(0; -2\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$  d'axe transverse de sommets  $B\left(0; \sqrt{\frac{2}{3}}\right)$  et  $B'\left(0; -\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$

D'excentricité  $e = \frac{c}{b} = 2$  et de directrices D associée à F ;  $D: Y = \frac{b^2}{c} = \frac{1}{\sqrt{6}}$

Et D' associée à F'  $D': Y = -\frac{1}{\sqrt{6}}$

Dans le repère R et vu les relations de (2)

$F\left(\frac{1}{3}; 2\sqrt{\frac{2}{3}}\right); F'\left(\frac{1}{3}; -2\sqrt{\frac{2}{3}}\right), B\left(\frac{1}{3}; \sqrt{\frac{2}{3}}\right); B'\left(\frac{1}{3}; -\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$

$D: y = \frac{1}{\sqrt{6}}$  et  $D': y = -\frac{1}{\sqrt{6}}$

$E = (H) - \{K; K'\}$

Si j'ai commis une erreur de calcul

## EXERCICE2

$R = (O; \vec{i}; \vec{j})$  un repère orthonormé donner l'équation de la parabole de foyer  $F(1/2; 2)$  et de directrice la droite D :  $x=3$

## CORRECTION

Soit H le projeté orthogonal de F sur D donc  $FH=5/2$  soit S le milieu de [FH]

Donc le paramètre de la parabole (P) est  $p=5/2$

Soit  $R' = (S; \vec{i}; \vec{j})$  dans  $R'$  un point  $M(X; Y)$  l'équation de la parabole est  $Y^2 = 2pX = 5X$  (1)

Dans R on a :  $M(x; y)$

$S(7/4; 2)$  dans R alors  $\begin{cases} x = X + 7/4 \\ y = Y + 2 \end{cases}$

En remplaçant dans (1) (P) :  $4y^2 - 16y - 5x + 51 = 0$