

Théoreme de de Thalès

d et d' deux droites sécantes en A . Soient B et M deux points de d distincts de A . Soient C et N deux points de d' distincts de A .

Figure1

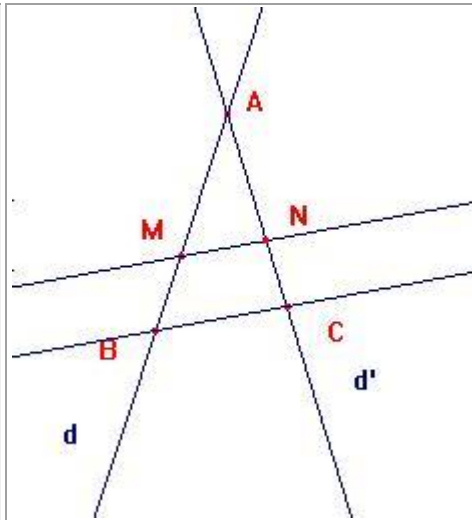


Figure1

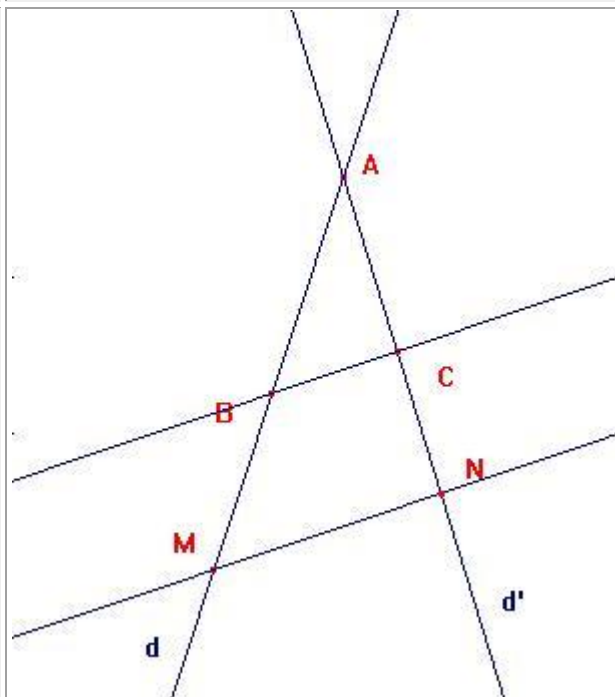
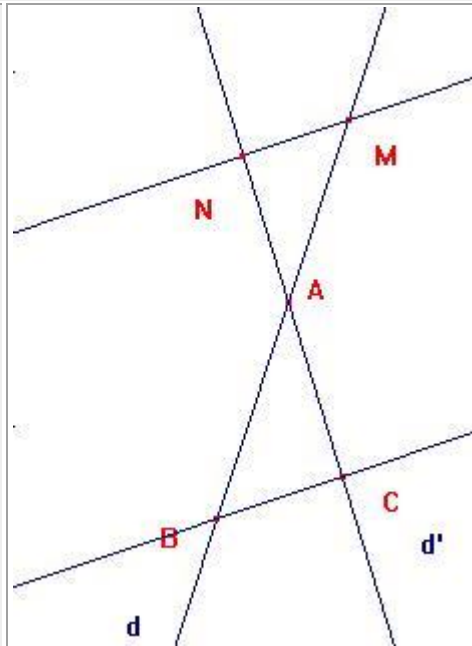


Figure3



Le théorème direct

Soient d et d' deux droites sécantes en A. Soient B et M deux points de d distincts de A. Soient C et N deux points de d' distincts de A. Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles alors:

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Applications

1) Construire un triangle ABC ayant pour dimensions :
 $AB = 7 \text{ cm}$; $AC = 4 \text{ cm}$; $BC = 5 \text{ cm}$.

2) Soit M le point situé sur le segment [AB] et tel que $AM = 1 \text{ cm}$. La parallèle à la droite (AC) passant par M coupe la droite (BC) en N.

Calculer BN et MN .
(Donner les résultats d'abord sous forme fractionnaire, et ensuite sous forme décimale arrondie à 0,1 près.)

:

Réciproque du théorème de Thalès

Soient d et d' deux droites sécantes en A . Soient B et M deux points de d distincts de A . Soient C et N deux points de d' distincts de A . Si

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

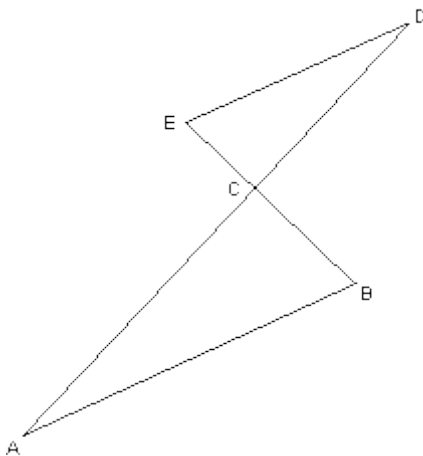
et si les points A, B, M et les points A, C, N sont dans le même ordre, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Applications

Soit un triangle ABC tel que $AB = 5$ cm ; $AC = 6$ cm ; $BC = 8$ cm. L est un point du segment $[AB]$ tel que $BL = 2$ cm et D un point du segment $[AC]$ tel que $AD = 3,6$ cm.

- 1. Faire la figure.
- 2. Calculer la longueur AL
- 3. Démontrer que la droite (LD) est parallèle à la droite (BC) .
- 4. Calculer la longueur LD

EXERCICE 1



La figure ci contre est donnée à titre indicatif pour préciser la position des points A, B, C, D et E . Les longueurs représentées ne sont pas exactes.

On donne :

$$CE = 5 ; CD = 12 ; CA = 18 ; CB = 7,5 ; AB = 19,5$$

a. Montrer que les droites (ED) et (AB) sont parallèles.

b. Montrer que $ED = 13$.

c. Montrer que le triangle CED est un triangle rectangle.

d. Calculer $\tan \widehat{DEC}$ puis en déduire la valeur arrondie au degré de la mesure de l'angle \widehat{DEC} .

Correction

a.

Les droites (EB) et (DB) sont sécantes en C et coupées par les droites (ED) et AB).
Nous avons :

$$\frac{CE}{CB} = \frac{5}{7,5} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} \quad \text{et} \quad \frac{CD}{CA} = \frac{12}{18} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

D'après la réciproque de la propriété de Thalès, comme $\frac{CE}{CB} = \frac{CA}{CA}$ alors les droites (ED) et (AB) sont parallèles.

b.

D'après la propriété de Thalès nous avons encore $\frac{ED}{AB} = \frac{2}{3}$.
D'où $ED = \frac{2}{3} AB$ avec $AB = 19,5$. D'où $ED = (2 \times 19,5) / 3$.
Donc $ED = 13$.

c.

On a $ED^2 = 169$

et $EC^2 + CD^2 = 25 + 144 = 169$.

Donc $ED^2 = EC^2 + CD^2$

D'après la réciproque de la propriété de Pythagore dans le triangle CED, comme $ED^2 = EC^2 + CD^2$ alors CDE est rectangle en C.

d. Calculer $\tan \widehat{DEC}$ puis en déduire la valeur arrondie au degré de la mesure de l'angle \widehat{DEC} .

Dans DEC rectangle en C, on a $\tan \widehat{DEC} = DC / EC = 12 / 5$.

Donc $\tan \widehat{DEC} = 2,4$ et mesure de $\widehat{DEC} = 67^\circ$ à 1° près par défaut