# Série N°4 (Dérivation – Primitives) 4ème E.G

## Exercice 1 :

Soit g la fonction définie par $g(x) = 2x^3 + x - 1$

1) Dresser le tableau de variation de g. Déterminer g (IR)
2) Montrer que g est une bijection de IR sur IR
3) Déduire que l'équation g(x) =0 admet dans IR une unique solution $\alpha$ et que $\alpha \in ]0,5;\ 0,6[$

## Exercice2 :

Soit f la fonction sur IR par $f(x) = \dfrac{2x}{x^2+1}$

1) Etudier les variations de f
2) a) Ecrire une équation cartésienne de la tangente T à la courbe de f au point d'abscisse 0
   b) Etudier la position de $C_f$ et T.
3) Soit g la restriction de f à l'intervalle $[0,1]$.
   a) Montrer que g est une bijection de $[0,1]$ sur lui-même.
   b) Expliciter $g^{-1}$.
   c) Calculer pour tout $x \in [0,1]$, $(g^{-1})'(x)$.

## Exercice3 :

Soit la fonction g définie par $g(x) = 1 + \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ pour tout $x \in IR$.

1) a) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$ *et* $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$.
   b) Dresser le tableau de variation de g.
   c) En déduire que pour tout $x \in IR$ ;.
2) Soit la fonction f définie sur IR par $f(x) = x + \sqrt{x^2+1}$
   a) Montrer que pour tout $x \in IR$ ; $f'(x) = g(x)$
   b) Etudier les variations de f.
3) Montrer que f est une bijection de IR sur un intervalle J que l'on précisera.
4) Déterminer le domaine de continuité et de dérivabilité de la fonction réciproque $f^{-1}$ de f ainsi que son sens de variation.
5) a) Calculer $f^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$
   b) Calculer $f^{-1}(2)$ puis calculer $(f^{-1})'(2)$ de deux manières différentes puis en déduire la construction de la tangente à $C_{f^{-1}}$ au point $A(2, f^{-1}(2))$.

## Exercice4

Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x^2+x+1}$ pour tout x de $[-1,1]$.

1) Montrer que f réalise une bijection de $[-1,1]$ sur un intervalle J que l'on précisera.
2) Soit g la fonction définie sur $[-1,1]$ par $g(x) = f(x) - x$
   a) Montrer que l'équation g(x) =0 admet une solution unique $\alpha \in ]-1,1[$.
   b) Vérifier que $\alpha \in \left]\dfrac{2}{3}, 1\right[$.
   c) En déduire que la droite $\Delta : y = x$ coupe la courbe C de f en un point unique.
3) On pose $f^{-1}$ la réciproque de f.Tracer la courbe $C'$ de $f^{-1}$ dans un même repère orthonormé.
4) $f^{-1}$ est- elle dérivable en 2 ? en $\dfrac{2}{3}$ ?
5) Calculer $f\left(\dfrac{-1}{2}\right)$; $f(0)$ et $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$ en déduire les nombres dérivés de $f^{-1}$ en $\dfrac{5}{3}$ ; en 1 et en $\dfrac{5}{7}$