

Exercice 1

Soit le système (S) $\begin{cases} x + 4y = 5 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$

- Ecrire ce système sous la forme $AX=B$ en précisant la matrice A et les vecteurs-colonnes X et B.
- Vérifier que A est inversible et donner sa matrice inverse A^{-1}
- En déduire la résolution du système(S).

Exercice2

Soit $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

- Calculer $M \times M$, notée M^2
- Vérifier que la matrice M est inversible et donner l'expression de M^{-1}

3) Résoudre le système $M \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

Exercice3 : (Bac 2009)

Une usine fabrique des téléviseurs, des lecteurs DVD et des chaînes stéréo. Elle utilise dans la fabrication de ces appareils trois types de composants notés A, B et C.

*La production d'un téléviseur nécessite 1 composant électronique de type A, 4 de type B et 2 de type C.

*La production d'un lecteur DVD nécessite 2 composants électroniques de type A, 5 de type B et 4 de type C.

*La production d'une chaînes stéréo nécessite 2 composants électroniques de type A, 2 de type B et 5 de type C.

La consommation journalière en composants électroniques est de 150 de type de A, de 300 de type B et de 330 de type C.

On désigne par a, b et c respectivement le nombre de téléviseurs, de lecteurs DVD et de chaînes stéréo que produit l'usine en un jour.

1) Montrer que (a, b, c) vérifie le système (S) : $\begin{cases} x + 2y + 2z = 150 \\ 4x + 5y + 2z = 300 \\ 2x + 4y + 5z = 330 \end{cases}$

2) Ecrire la matrice M du système (S).

3) Soit la matrice $N = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -17 & 2 & 6 \\ 16 & -1 & -6 \\ -6 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Calculer $M \times N$. En déduire que M est inversible et donner sa matrice inverse.

4) Déterminer alors a, b et c.

Exercice4 : (Bac 2008)

1) On considère le système (S) $\begin{cases} 5x + 7y + 9z = 235 \\ x + 2y + 3z = 65 \\ 2x + 2y + 3z = 80 \end{cases}$

a) Déterminer la matrice M du système (S).

b) Démontrer que la matrice M est inversible et vérifier que $M^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \\ \frac{-2}{3} & \frac{4}{3} & 1 \end{pmatrix}$

c) Résoudre alors le système (S).