

## SERIE D'EXERCICE

**Exercice1** Déterminer le réel  $a$  pour que les vecteurs  $\vec{u} \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}$  et  $\vec{w} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ a \end{pmatrix}$  soient coplanaires.

**Exercice2**  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  un repère déterminer la position relative des deux droites  $D_1$  et  $D_2$

$$D_1 : \begin{cases} x = -1 + 3\alpha \\ y = 2 + \alpha \\ z = 1 - 2\alpha \end{cases} \quad \alpha \in \mathbb{R} \qquad D_2 : \begin{cases} x = 2 + 2k \\ y = -1 + 3k \\ z = 3 - 3k \end{cases} \quad k \in \mathbb{R}$$

**Exercice3**  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  repère donner la position de la droite  $D$  et du plan  $P$  données par

$$D : \begin{cases} x = 4 + 5\alpha \\ y = -1 - 2\alpha \\ z = -3 - 3\alpha \end{cases} \quad \alpha \in \mathbb{R} \qquad P : 2x + 4y + z - 1 = 0$$

**Exercice 4**

Soit la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$  on désigne par  $(C)$  sa courbe représentative

un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) Montrer qu'il existe trois réels  $a, b$  et  $c$  tels que  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$  pour  $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$

2) a) Montrer que la droite  $\Delta: y = x - 2$  est une asymptote à la courbe  $(C)$  en  $\infty$

b) Montrer que la droite  $D: x = 1$  est une asymptote à  $(C)$

3) Étudier les variations de  $f$

4) a) Montrer que le point  $\Omega(1, -1)$  est un centre de symétrie de  $(C)$

b) Construire  $(C)$

soit  $D_m: y = 2x + m$ ;  $m \in \mathbb{R}$  montrer que  $\forall m \in \mathbb{R}$   $D_m$  coupe  $(C)$  en deux points  $M'$  et  $M''$

## CORRECTION

### EXERCICE1

Les vecteurs  $\vec{u}$ ;  $\vec{v}$  et  $\vec{w}$  sont colinéaires si  $\begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -2 & -3 & 1 \\ 0 & 3 & a \end{vmatrix} = 0$

### EXERCICE2

Soit  $A(-1 ; 2 ; 1) \in D_1$ ;  $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$  un vecteur directeur de  $D_1$ ;  $B(2 ; -1 ; 3) \in D_2$  et  $u_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$  un

vecteur directeur de  $D_2$

$D_1$  et  $D_2$  ne sont pas parallèles car  $3 \times 3 - 1 \times 2 \neq 0$

Alors  $D_1$  et  $D_2$  sont soit sécantes soit non coplanaires

Supposons que  $D_1 \cap D_2 = \{M\}$   $M(x ; y)$  alors on aura

$$\begin{cases} -1 + \alpha = 2 + 2k \\ 2 + \alpha = -1 + 3k \\ 1 - 2\alpha = 3 - 3k \end{cases}$$

En résolvant ce système on obtient  $k=12$ ;  $\alpha=33$  dans les deux premières équations

Mais avec ces valeurs la troisième équation est impossible d'où les deux droites sont non coplanaires

### EXERCICE3

En remplaçant x ; y et z dans l'équation du plan par on aura  $2(4+5\alpha)+4(-1-2\alpha)-3-3\alpha-1=0$   
 On obtient  $\alpha=0$  donc la droite coupe le plan en un point  $A(4 ; -1 ; -3)$

### EXERCICE4

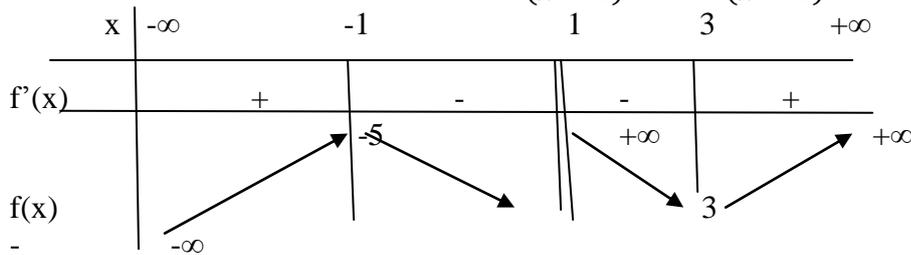
1) Par identification on obtient  $a=1 ; b=-2$  et  $c=4$

2) a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - (x - 2) = 0$  donc  $\Delta : y=x-2$  est une asymptote à la courbe (C)

en  $\infty$

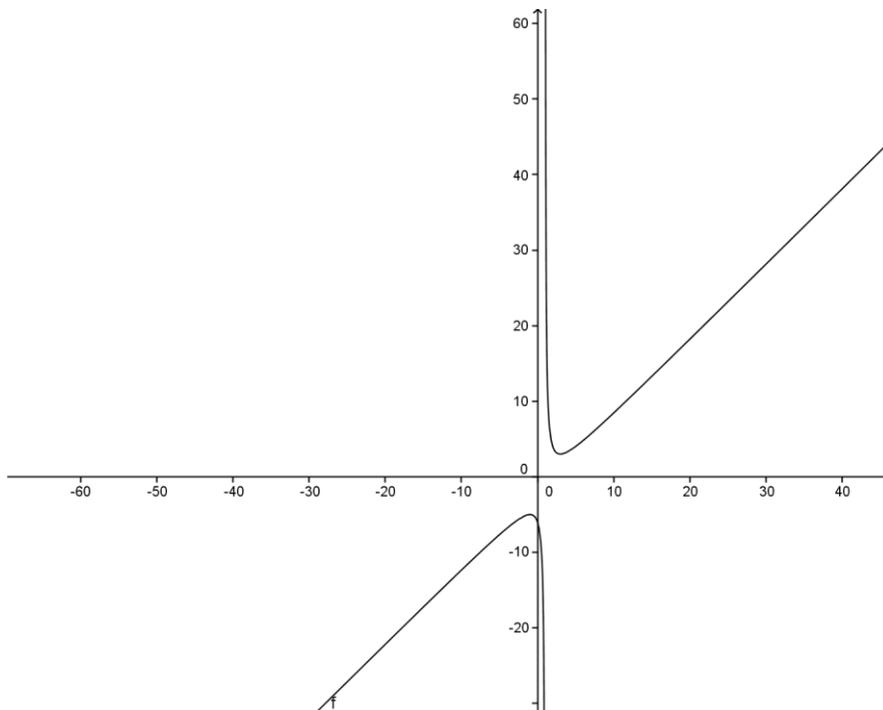
b) puisque  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \infty$  alors la droite  $D : x=1$  est une asymptote verticale

$$f'(x) = 1 - \frac{4}{(x-1)^2} = \frac{(x+1)(x-3)}{(x-1)^2}$$



4)  $\Omega(1 ; -1)$  montrons qu'il est un centre de symétrie on a :  $x \neq 1 \Leftrightarrow 2x-1-x \neq 1$  et que  $f(2-x)+f(x)=2x(-1)$

Donc  $\Omega$  est un centre de symétrie de la courbe (C)



Soit  $D_m : y=2x+m$   $m \in \mathbb{R}$   $M \in D_m \cap (C) \Leftrightarrow 2x+m=x-2+\frac{4}{(x-1)}$  pour  $x \neq 1$  (2)

Signifie  $x^2+(m+1)x-m-6=0$  alors  $\Delta = m^2+6m+26$

Le discriminant de  $\Delta$  est  $36-4x_2^2 < 0$  d'où  $\Delta > 0$  donc (2) admet exactement deux solutions  $X_1$  et  $x_2$  donc  $D_m$  et (C) se coupent en deux points  $M_1(x_1; 2x_1+m)$  et  $M_2(x_2; 2x_2+m)$

Lyceé El Ahd El Jadid

Devoir de synthèse N°3

Classe: 3T<sub>1+2</sub>

Jendouba

(Math)

Prof: Guesmi.B

Exercice 1  $(O, \vec{I}, \vec{J}, \vec{K})$  un repère O.N,  $m \in \mathbb{R}$  et  $P_m$  le plan d'équation cartésienne  $(m+1)x - m^2y + z + 2 = 0$

1) Montrer que  $P_m$  passe par un point fixe A dont on donnera les coordonnées

2) soit  $\vec{U} = \vec{I} - (m+1)\vec{K}$  et  $B(1,0,2)$  soit  $\Delta_m$  la droite passant par B et de vecteur directeur  $\vec{U}$

a) prouver que  $\Delta_m // P_m$

b) démontrer qu'il existe un seul réel m pour que  $\Delta_m \subset P_m$

3) soit Q passant par O et contenant (AB)

a) Donner une équation cartésienne de Q

b) Préciser  $P_m \cap Q$

Exercice 2 Soit la fonction  $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{x-1}$

a) Montrer que  $f(x) = x-1 + \frac{2}{x-1}$

b) Montrer que la droite d'équation D :  $x = 1$  est une asymptote à la courbe C de f dans un R.O.N  $(O, \vec{I}, \vec{J})$

c) Montrer que la droite D' :  $y = x-1$  est une asymptote oblique à C

d) Montrer que le point  $\Omega(1,0)$  est un centre de symétrie de C

e) Etudier la fonction f et construire sa courbe C

Exercice 3 On lance deux dés parfaits, l'un noir, l'autre vert.

On note n le numéro marqué sur la face supérieure du dé noir, et v le numéro marqué sur la face supérieure du dé vert.

1) A est l'événement «  $n \leq 3$  » et B l'événement «  $v \leq 2$  » calculer P(A) et P(B)

2) C est l'événement «  $n + v < 4$  ou  $v > 2$  » calculer P(C)

Exercice 4 Soit la série donnant la répartition des ménages au gouvernorat du Kef selon la superficie des exploitations agricoles qu'ils possèdent (I.N.S 1989)

Superficie en ha	mions de 5 ha	[5;10[	[10;20[	[20;50[	50ha et plus	to
Nomre de ménages	5692	3747	2504	1805	620	143

a) Déterminer le mode  $M_0$

b) Déterminer la moyenne arithmétique  $\bar{x}$

c) Caculer la médiane  $M_e$

d) Calculer l'écart type  $\sigma(x)$

