EXERCICES SUR LES ROTATIONS(1)

EXERCICE1 Guesmi.B

Le plan est oriente dans le sens direct soient A,M et N trois points non alignés

Et α un réel non nul ; α≠ $k\pi; k \in \mathbb{Z}$ on désigne par B et c les images respectives de A et N par la rotation de centre M et d'angle α et par D l'image de N par la rotation de centre A et d'angle α

Montrer que $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$

EXERCICE2

On considère un triangle équilatéral ABC tel que $(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}}) \equiv \frac{\pi}{3}(2\pi)$ soit D =S_C(B)

1)montrer qu'il existe une seule rotation R qui transforme A en C et B en D

2)déterminer l'angle de la rotation et construire son centre

Exercice3

On considère un triangle ABC tel que $(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}}) \equiv \frac{\pi}{6}(2\pi)$

Soit un point P variable de [BA) et Q un point variable de [CA) tel que BP=CQ

Montrer que la médiatrice de [PQ] passe par un point fixe

CORRECTION

EXERCICE1

On a :α≠ $k\pi; k \in \mathbb{Z}; A$; $M\ et\ N\ sont\ non\ alignés$

$B = R_{(M;\alpha)}(A); C = R_{(M;\alpha)}(N)$ et$D = R_{(A;\alpha)}(N)$donc ona

$$(\widehat{\overrightarrow{AN};\overrightarrow{AD}}) \equiv \alpha(2\pi); (\widehat{\overrightarrow{MN};\overrightarrow{MC}}) \equiv \alpha(2\pi) et\ (\widehat{\overrightarrow{MA};\overrightarrow{MB}}) \equiv \alpha(2\pi)$$

D'autre part $(\widehat{\overrightarrow{BC};\overrightarrow{AD}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{BC};\overrightarrow{AN}}) + (\widehat{\overrightarrow{AN};\overrightarrow{AB}})\ (2\pi)$

$$\equiv (-\alpha + \alpha)(2\pi)$$

$$\equiv 0(2\pi)$$

$\overrightarrow{BC}\ et\ \overrightarrow{AD}$ sont colinéaire et de même sens or BC=AN=AD

Donc $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$

EXERCICE2

1)ABC est un triangle équilatéral de sens direct et C milieu de [BD] donc AB=CD et $\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{CD}$

Donc il existe une seule rotation R tel que R(A)=C et R(B)=D

2)Son angle est $(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{CD}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{BC}})(2\pi)$

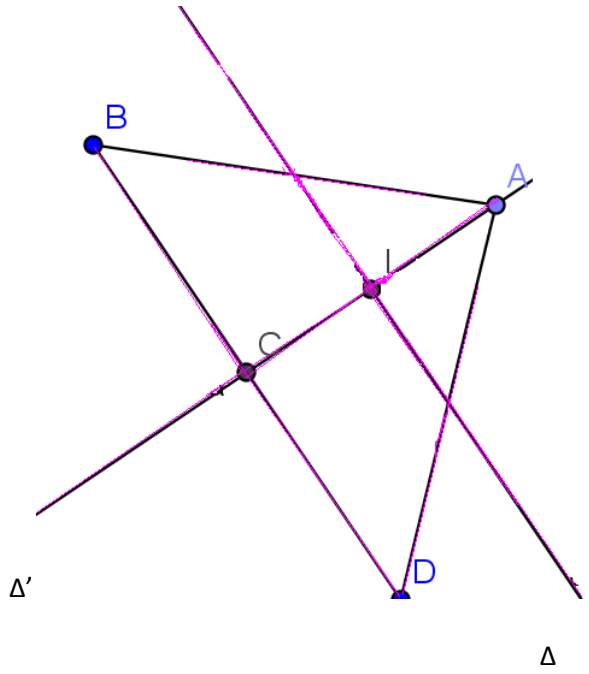
$$\equiv (\widehat{\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}}) + \pi \ \ (2\pi)$$

$$\equiv \frac{2\pi}{3}(2\pi)$$

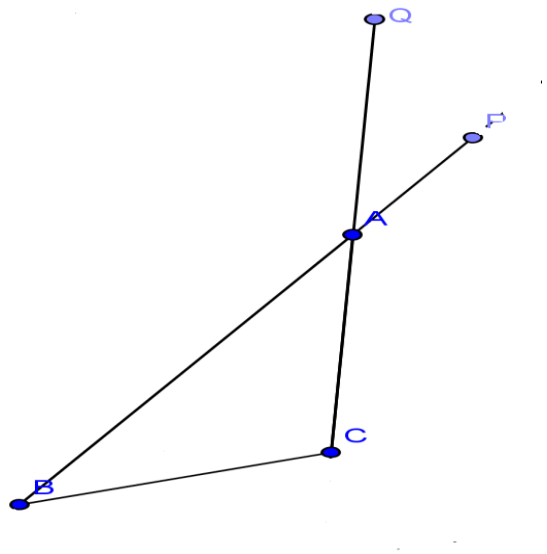
Son centre I vérifie IA=IC donc Ω est un point de la médiatrice Δ de [AC]

IB=ID donc I est un point de la médiatrice Δ’ de [BD]

Alors $\{I\}$=Δ∩ Δ′



EXERCICE3



Ona BP=CQ et $\overrightarrow{BP} \neq \overrightarrow{CQ}$ donc il existe une rotation R tel que R(B)=C et R(P)=Q

Son angle est $\left(\widehat{\overrightarrow{BP};\overrightarrow{CQ}}\right) \equiv (\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}})$

$$\equiv \frac{\pi}{6}(2\pi)$$

Son centre J vérifie JB=JC donc J est un point de la médiatrice de [BC]

Et JP=JQ donc J est un point de la mediatrice de [PQ]

On a alors B et C sont fixe et ona $\begin{cases} JB = JC \\ (\widehat{\overrightarrow{JB};\overrightarrow{JC}}) \equiv \frac{\pi}{6}(2\pi) \end{cases}$

Donc J est le point commun de la médiatrice de [BC] et de l'arc capable sous lequel on voit le segment [BC] sous l'angle $\frac{\pi}{6}$

Donc J est un point fixe