

L.S.A.J Jendouba Prof : Mme Nabila	<b>DEVOIR DE CONTROLE</b> <b>N°1</b>	Novembre 2010 4 Sc. Inf.2 Durée : 2h
--	---	--

### EXERCICE N°1 :(8 Points)

On considère la suite  $(U_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par : 
$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{2U_n+1}{U_n+2} \end{cases}$$

- 1/a) Montrer que, pour tout entier naturel  $n$ , on a :  $0 \leq U_n \leq 1$ .  
 b) Montrer que  $(U_n)$  est croissante.  
 c) En déduire que la suite  $(U_n)$  est convergente et calculer sa limite.

2/ Soit la suite  $(V_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $V_n = \frac{U_n-1}{U_n+1}$

- a) Montrer que  $(V_n)$  est une suite géométrique dont on précisera la raison  $q$  et le premier terme  $V_0$ .  
 b) Exprimer  $V_n$  en fonction de  $n$ .  
 c) En déduire l'expression de  $U_n$  en fonction de  $n$ .  
 d) Retrouver la limite de  $(U_n)$  quand  $n$  tend vers  $+\infty$ .

### EXERCICE N°2 :(8 Points)

1/ On considère l'équation (E) :  $7x+6y=1$ .

- a) Vérifier que le couple  $(-5,6)$  est solution particulière de (E).  
 b) Résoudre alors dans  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  l'équation (E).

2/ Soit  $n$  un entier naturel non nul, déterminer PGCD(a, b) dans chacun des cas suivants :

- a)  $a=2n+3$  et  $b=3n-1$                       b)  $a=5n+2$  et  $b=7n-5$ .

### EXERCICE N°3 :(4 Points)

**Q.C.M :** Cocher la bonne réponse.

1/ l'équation  $3x \equiv 8[10]$  équivaut à :

- a)  $x \equiv 8[10]$                       b)  $x \equiv 6[10]$                       c)  $x \equiv 9[10]$  .

2/ Soit la suite  $(U_n)$  définie par :  $U_n = (-1)^n \cdot n$  alors :

- a)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = +\infty$                       b)  $(U_n)$  n'a pas de limite                      c)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = -\infty$ .

**VRAI OU FAUX :**

- 1/ Toute suite bornée et décroissante est convergente.  
 2/ L'entier  $9^{2010} + 4$  est divisible par 4.

**BON TRAVAIL**