

L.S.A.J Jendouba Prof: Mme Nabila	<b><u>DEVOIR DE SYNTHESE</u></b> <b><u>N°1</u></b>	Décembre 2010 4 Sc. Inf. 1-2 Durée : 2 h
-----------------------------------------	-------------------------------------------------------	------------------------------------------------

**EXERCICE N°1 :(4 Points)**

1/ Soit dans  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  ; l'équation (E) :  $3x - 8y = 0$

- a) Vérifier que le couple  $(-1 ; -1)$  est solution particulière de (E).
- b) Résoudre alors l'équation (E).

2 / On considère le système (S) :  $\begin{cases} n \equiv 2 \pmod{3} \\ n \equiv 7 \pmod{8} \end{cases}$  où  $n$  est un entier

- a) Montrer qu'il existe deux entiers  $x$  et  $y$  tels que  $\begin{cases} n = 3x + 2 \\ 3x - 8y = 5 \end{cases}$
- b) Montrer que  $n$  est solution de (S) si et seulement si :  $n \equiv 23 \pmod{24}$

**EXERCICE N°2 :(5 Points)**

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé  $(O; \vec{u}; \vec{v})$  on désigne par les points A ; B et C d'affixes respectives :  $-i, -1 + 2i, 1 + i$ .

- a) Placer les points A ; B et C.
- b) Déterminer l'affixe du point K milieu du segment [AB]
- c) Montrer que le triangle ABC est isocèle rectangle en C.
- d) Déterminer l'affixe du point D symétrique de C par rapport à K.
- e) Montrer que ABDC est un carré.
- f) Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que  $|z + i| = 2$ .

**EXERCICE N°3 :( 6 Points)**

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$  et on désigne par  $(\mathcal{C})$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

1/ Déterminer les limites de  $f$  aux bornes de  $D_f$  domaine de définition de  $f$ .

2/ En déduire que  $(\mathcal{C})$  admet une asymptote verticale.

3/ Soient les réels  $a; b$  et  $c$  tels que :  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 1}$

- a) Déterminer  $c$  en calculant :  $\lim_{x \rightarrow 1} (x - 1)f(x)$
- b) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  et en déduire  $a$ .
- c) Calculer  $f(0)$  et en déduire  $b$ .

4/ a) Montrer que la droite  $\Delta: y = x - 2$  est une asymptote oblique à  $(\mathcal{C})$  au voisinage de  $l' \infty$ .

- b) Etudier la position relative de  $(\mathcal{C})$  par rapport à  $\Delta$ .

A remettre obligatoirement avec la copie de l'élève

Nom et prénom : ..... Classe : ..... N° : ...

**EXERCICE N°5 : (5 Points)**

Le graphique ci-dessous est la courbe  $C$  représentative d'une fonction  $f$  continue sur  $]-1, +\infty[$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  et  $\Delta' : x = -1$  sont deux asymptotes à  $C$  respectivement au voisinage de  $-\infty$  et  $(+\infty)$

- 1) A l'observation de cette courbe, pour chaque question une seule réponse est correcte indiquer laquelle aucune justification n'est demandée (une réponse correcte vaut 0,5 point réponse fausse ou l'absence de réponse vaut 0 point)

$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) =$	$+\infty$	<input type="checkbox"/>	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - x =$	$0$	<input type="checkbox"/>
	$-\infty$	<input type="checkbox"/>		$5$	<input type="checkbox"/>
	$0$	<input type="checkbox"/>		$-5$	<input type="checkbox"/>

2) Soit  $g$  la restriction de  $f$  sur  $[2, +\infty[$

a) Justifier graphiquement que  $g$  réalise une bijection de  $[2, +\infty[$  sur un intervalle  $I$  à préciser

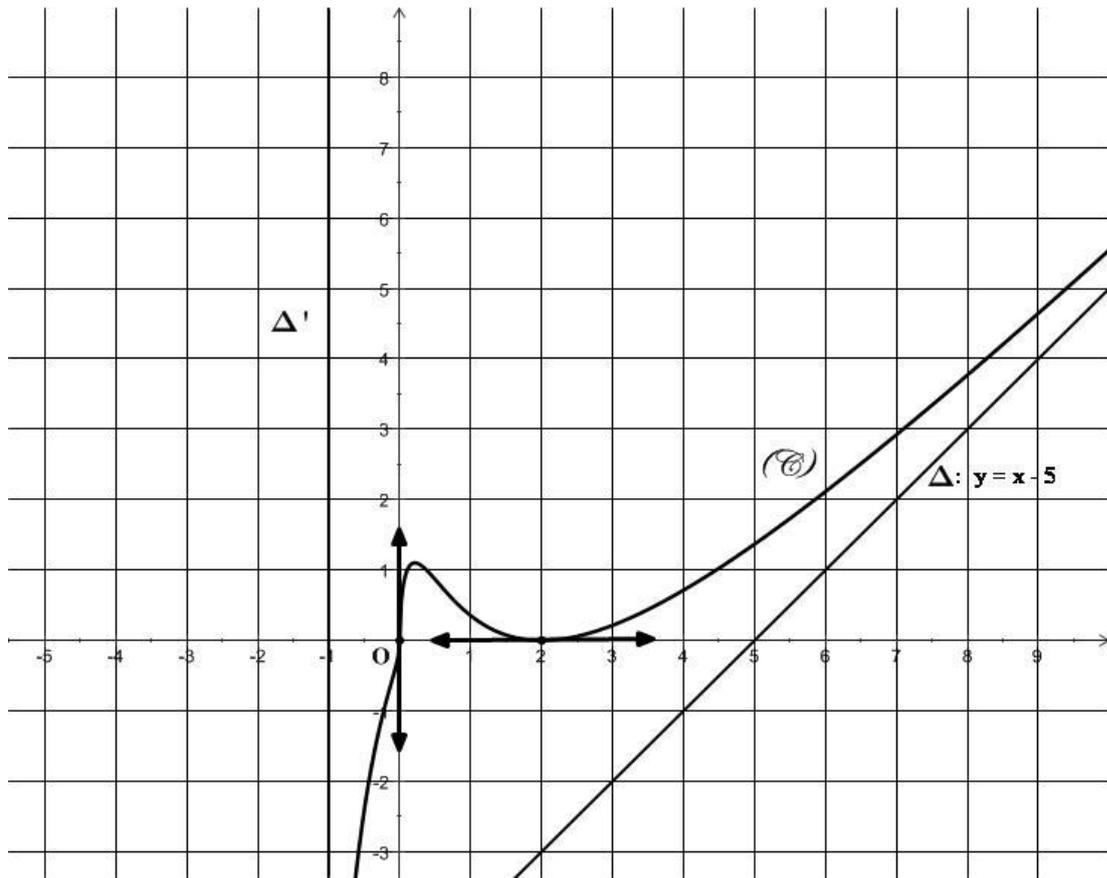
.....  
 .....

b) Tracer dans le même repère la courbe  $C^{-1}$  représentative de  $g^{-1}$  la fonction réciproque de  $g$

c) Calculer  $f(0) = \dots$  et  $f(2) = \dots$

d) Tracer le tableau de variation de  $f$ .

e) Etudier le signe de  $f$ .



BON TRAVAIL

---