

L.S.A.J

Jendouba

Prof : Mme Nabila

DEVOIR DE MAISON

N°1

Novembre 2010

4 Eco. G. 3

EXERCICE N°1 :

Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

1/ Montrer que A est inversible.

2/ Calculer A^2 et A^3 .

3/ Vérifier que $A^3 - 7A^2 + 4A = I_3$ et en déduire A^{-1}

4/ Soit le système (S) :
$$\begin{cases} 2x + 5y + 3z = 1 \\ x + 3y + 2z = 2 \\ x + 2y + 2z = 3 \end{cases}$$

a) Déterminer la matrice du système (S).

b) Résoudre par un calcul matriciel le système (S).

EXERCICE N°2 :

On considère le système (S) :
$$\begin{cases} 5x + 7y + 9z = 1 \\ x + 2y + 3z = 2 \\ 2x + 2y + 3z = 3 \end{cases}$$

1/ Déterminer la matrice M du système (S).

2/ Démontrer que M est inversible et vérifier que $M^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \\ -\frac{2}{3} & \frac{4}{3} & 1 \end{pmatrix}$

3/ Résoudre alors le système (S).

EXERCICE N°3 :

On donne le tableau suivant qui donne le chiffre d'affaires annuel (Y_i) d'une entreprise en fonction de son budget de fonctionnement (X_i), (les données sont en milliers de dinars).

Y_i	152	168	156	180	140	152
X_i	9,6	12	10	14	8	12

1/ Déterminer la moyenne et la variance de chacune de ces variables.

2/ Représenter graphiquement le nuage des points associé à cette série.

3/ Déterminer et placer le point moyen G du nuage.

4/ calculer $\text{cov}(X, Y)$; σ_X et σ_Y .

EXERCICE N°4 :

1/ Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = 2x^3 - 3x^2 + 3x - 7$.

a) Etudier les variations de g .

b) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet dans \mathbb{R} une solution unique α .

c) Vérifier que $\alpha \in]1, 2[$.

2/ Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{x^2 + 4}{2x^2 + 3}$

a) Montrer que $f'(x) = \frac{-10x}{(2x^2 + 3)^2}$

b) Montrer que f réalise une bijection de $[0; +\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

c) Vérifier que $f(\alpha) = \alpha - 1$.

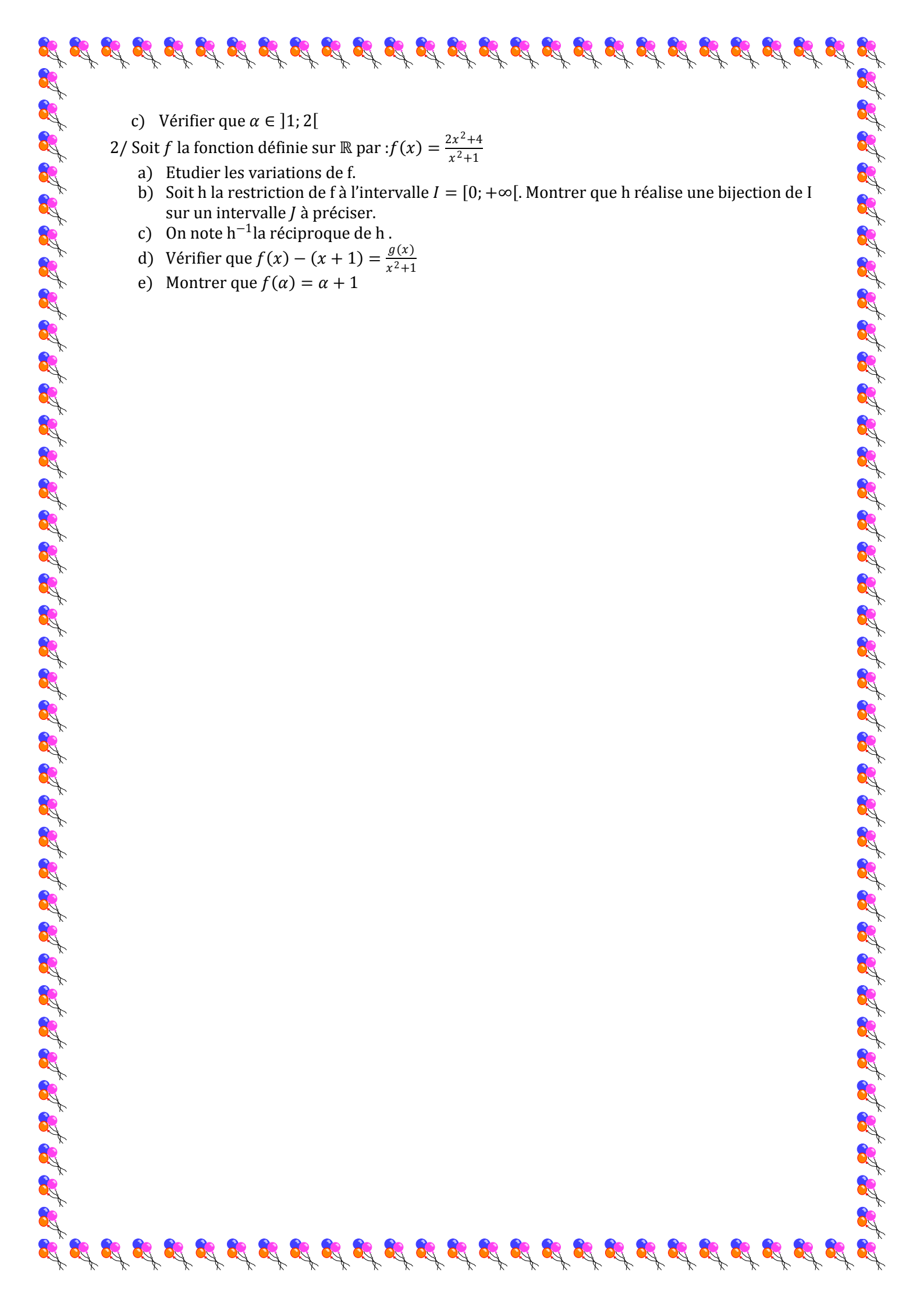
d) Soit f^{-1} la fonction réciproque de f . Expliciter $f^{-1}(x)$ pour $x \in J$.

EXERCICE N°5 :

1/ Soit la fonction g définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = -x^3 + x^2 - x + 3$.

a) Etudier les variations de g .

b) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet dans \mathbb{R} une solution unique α .



c) Vérifier que $\alpha \in]1; 2[$

2/ Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{2x^2+4}{x^2+1}$

a) Etudier les variations de f .

b) Soit h la restriction de f à l'intervalle $I = [0; +\infty[$. Montrer que h réalise une bijection de I sur un intervalle J à préciser.

c) On note h^{-1} la réciproque de h .

d) Vérifier que $f(x) - (x + 1) = \frac{g(x)}{x^2+1}$

e) Montrer que $f(\alpha) = \alpha + 1$

