L.S.A.J. Jendouba Prof : Mme Nabila	**DEVOIR DE MAISON** **N°1**	Novembre 2010 4 Inf. 1-2

EXERCICE N°1 :

1/ Soit dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$, l'équation (E) :12x-19y=3.

a) Montrer que si (x, y) est une solution de (E), alors y est un multiple de 3.

b) En déduire une solution particulière $(x_0;\ y_0)$ de (E).

c) Résoudre alors (E).

2/Soit n un entier vérifiant le système (S) : $\begin{cases} n \equiv 2 \ (\bmod 12) \\ n \equiv 5 \ (\bmod 9) \end{cases}$

a) Montrer que n est solution de (S) si et seulement si il existe deux entiers u et v tels que $\begin{cases} 12u - 19v = 3 \\ n = 2 + 12u \end{cases}$

b) En déduire les solutions de (S).

c) Déterminer le plus petit- entier n_0 solution de (S) divisible par 11.

EXERCICE N°2 :

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{u};\vec{v})$, on considère les points A ;B et C d'affixes respectives $z_A = i$; $z_B = -4 - 2i$ et $z_C = -2 - 3i$ et on désigne par z_I l'affixe du point I milieu de [AC]

1/ a) Représenter les points A ; B, C et I.

b) Montrer que le triangle ABC est rectangle.

2/ a) Construire les points D et E tels que BAD et BEC soient des triangles rectangles et isocèle en B.

b) Sans calculer z_D et z_E trouver le module de $\frac{z_D - z_B}{z_A - z_B}$ et $\frac{z_B - z_E}{z_C - z_B}$

EXERCICE N°3 :

A/ Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :$g(x) = -x^3 + x^2 - x + 3$

1/ Sachant que g est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$, montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$ une unique solution α

2/ Vérifier que $\alpha \in]1;2[$

3/ En déduire le signe de$g$.

4/Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :$f(x) = \frac{2x^2+4}{x^2+1}$

a) Montrer que $f(x) - x = \frac{g(x)}{x^2+1}$

b) Vérifier que $f(\alpha) = \alpha + 1$.

B/ Soit h définie sur $\mathbb{R}$ par :$h(x) = \begin{cases} x^3 - x - 3 & \text{si } x \in]2;+\infty[\\ x + \sqrt{3 - x} & \text{si } x \in]-\infty;2] \end{cases}$

1/ Montrer que h est continue en 2.

2/ Montrer que l'équation $h(x) = 24$ admet une unique solution $\alpha \in]3;4[$

3/ a) Montrer que h réalise une bijection de $]-\infty;0]$ sur un intervalle J que l'on précisera.

b) Calculer $h^{-1}(\sqrt{3})$et $h^{-1}(1)$.

c) Expliciter $h^{-1}(x)$; pour tout $x \in J$

EXERCICE N°4 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :$f(x) = \frac{x^2+2}{x+1}$ et $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1/ Déterminer les limites de f aux bornes de D_f domaine de définition de$f$.

2/ En déduire que $(\mathcal{C}_f)$ admet une asymptote verticale.

3/Soient les réels $a; b$ et c tels que :$f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$

a) Déterminer c en calculant :$\lim_{x\to-1}(x+1)f(x)$

b) Calculer $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$ et en déduire a.

c) Calculer f(0) et en déduire b.

4/ a) Montrer que $(\mathcal{C}_f)$ admet une asymptote oblique Δ au voisinage de $(+\infty)$; donner son équation.

b) Etudier la position relative de $(\mathcal{C}_f)$ par rapport à Δ.

<u>EXERCICE N°5 :</u>

La figure ci-dessous est la représentation graphique $\mathcal{C}_f$ d'une fonction f continue sur $\mathbb{R}\backslash\{2\}$.

- La droite des abscisses est une asymptote horizontale de $\mathcal{C}_f$ au voisinage de$(-\infty)$.
- La droite D :x=2 est une asymptote verticale pour $\mathcal{C}_f$.
- La courbe de f admet au voisinage de $(-\infty)$une branche parabolique de direction celle de l'axe des abscisses.

A/ 1/ Déterminer : $\lim_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim_{x\to2^+} f(x)$; $\lim_{x\to2^-} f(x)$

2/ Déterminer : $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}; f(0); f(1)$

3/ Déterminer $f([0;1]) et\ f(]2;+\infty[)$

B/ Soit g la fonction définie et continue sur $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ et dont le tableau de variation est le suivant :

x	$-\infty$	1		$+\infty$
$g(x)$	2			1
		$-\infty$	$-\infty$	

1/ Calculer $\lim_{x\to+\infty}(fog)(x)$

2/ Soit $h$une fonction définie sur $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ et telle que $\frac{2x}{x-1} < h(x) \leq g(x)$ pour $x < 1$.

Déterminer$\lim_{x\to-\infty} h(x)\ et\ \lim_{x\to1^-} h(x)$.

L.S.A.J. Jendouba Prof : Mme Nabila	**DEVOIR DE MAISON** **N°1**	Novembre 2010 2 E.S.2

EXERCICE N°1 :

En 1978 la population d'une ville est 100 000 habitants chaque année cette ville augmente de 5 000 personnes viennent chaque année.

1) On pose U_n la population de cette ville l'année (1978 + n) ceci pour tout entier n

   Calculer U_0 , U_1 , U_2 et U_3

   a) Exprimer U_{n+1} en fonction de U_n

   b) Montrer que la suite U est arithmétique.

   c) Exprimer U_n en fonction de n.

2) Représenter graphiquement la suite U dans un repère orthogonal (O,I,J).
3) Calculer la somme $S=U_0+U_1+U_2+\cdots+U_{21}$

EXERCICE N°2 :

Soit U une suite arithmétique de raison r et de premier terme U_0

On donne $U_2 = 7$ et $U_3 - U_1 = 4$

1) Calculer r et U_0
2) Déterminer U_n en fonction de n
3) Calculer $S = U_0 + U_1 + \ldots + U_{199}$

EXERCICE N°3 :

Le graphique ci-contre représente deux fonctions f et g.

1/ Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.

2/ Comparer $f(x) et\ g(x)$ dans chacun des cas suivants :

a) $x \in]-\infty;-1[$

b) $x \in]-1;3[$

c) $x \in]3;+\infty[$

3/ Déterminer l'ensemble des réels x tels que $f(x) < g(x)$.

EXERCICE N°4 :

1/ Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

a) $(3x-6)(2x-1) \leq 0$; b) $\frac{2x-4}{\frac{1}{2}x+1} \geq 0$

2/ Ecrire sans symbole valeur absolue les expressions suivantes :

a) $f(x) = |5x-6|$; b) $g(x) = \left|\frac{1}{3}x+1\right|$