Correction du devoir N5

EXERCICE1

Guesmi.B

1)$z_1=\frac{\sqrt{3}-1}{2}(1-i); on\ a\ 1-i=\frac{\sqrt{2}}{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ donc$z_1=\frac{(\sqrt{3}-1)\sqrt{2}}{4}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ (forme exponentielle)

2)B(i) ; $M_1(z_1)$ et $M_2=r(M_1)$; r : rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$

En général $\frac{z'-z_\Omega}{z-z_\Omega}=e^{i\theta}$; $\Leftrightarrow z'=e^{i\theta}(z-z_\Omega)+z_\Omega$ avec Θ : angle de la rotation ;

z_Ω affixe de Ω centre de la rotation

D'où z'=iz donc $z_2=e^{i\frac{\pi}{2}}z_1$ en remplaçant on aura $z_2=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}e^{i\frac{\pi}{4}}$

On a : $(\vec{u};\widehat{\overrightarrow{OM_2}})\equiv\frac{\pi}{4}(2\pi)$ =arg(z_2) donc M_2 est sur la droite Δ :y=x

3)$a)\overrightarrow{OM_3}=(\sqrt{3}+2)\overrightarrow{OM_2}$ $\Leftrightarrow z_3=((\sqrt{3}+2)z_2$ en remplaçant on a : $z_3=\frac{\sqrt{3}+1}{2}(1+i)$

b) on a $BM_1=|z_1-i|=\sqrt{2}$ =BM_3 donc M_1 et M_3 sont sur le cercle de centre B et de rayon $\sqrt{2}$

3)construction

$BM_1=\sqrt{2}\Leftrightarrow M_1\in C(B;\sqrt{2})et\ \arg(z_1)\equiv\frac{-\pi}{2}(2\pi)$ d'ou la construction de M_1 ;$M_1\epsilon C\cap\Delta_1$

Δ_1 :y= -x (demi droite)

On a de même arg(z_2)$\equiv\frac{\pi}{4}(2\pi)donc\ M_2$ est sur la demi droite Δ_2 : y=x (x>0)

Or $M_2=r(M_1)$;M_1 est sur C donc M_2 est sur r(C)=C' car le centre de r est O

Centre de C donc C' est le cercle de centre O et passant pat M_1

D'où la construction de M_2

On $BM_3=\sqrt{2}$donc $M_3\epsilon$C''(B ;$\sqrt{2}$) mais $M_3=h(M_2)$; h homothétie de centre O donc $M_3\epsilon(OM_2)$

Donc la construction de M_3

EXERCICE2

1)$m\neq 0\ \ on\ f_m(x)=(1+x)^{mx}$; x>-1

On peut ecrire $f_m(x)=e^{mxLog\,(1+x)}$ puisque x>-1 alors

$F_m'(x)=[m\mathrm{Log}(1+x)+\frac{mx}{1+x}]e^{mxLog\,(1+x)}=m\varphi(x)e^{mxLog\,(1+x)}$ et donc $\varphi(x)=\frac{x}{x+1}+\ln(1+x)$

Et donc f'(x) est du signe de $m\varphi(x)$

2)$\varphi'(x) = \frac{x+2}{(x+1)^2}$ $or\ x > -1\ donc\ x + 2 > 0$ donc $\varphi'(x) > 0$; $\forall x > -1$

$\varphi(0) = 0$

X	-1	0	+∞
$\varphi(x)$	‖ ↗	0 ↗	
Signe de$\varphi(x)$	‖ -	+	

3)1er cas si m<0

f(x)est croissante sur]-1 ;0] décroissante sur [0 ;+∞[

2eme cas si m>0

résultats sont évident d'après ce qui précède

4)m<0 ;$g_m(x) = f_m(x)\ \ et g_m(-1) = 0$

On a :$\lim_{x\to-1} g_m(x) = \lim_{x\to-1} e^{mxln\,(1+x)} = 0 = g_m(-1)$ donc $g_m(x) est\ continue\ en\ (-1)$

$\lim_{x\to-1} \frac{g_m(x)-0}{x-1} = \begin{cases} +\infty & si\ m > -1 \\ 0 & si\ m < -1 \end{cases}$ propriétés des puissances

Si m=-1

On se retrouve dans le cas $\lim_{x\to-1}(x+1)^{-x-1} = 0$ effectuer un changement de variable X=x+1