# Correction du devoir N3

## EXERCICE1

Guesmi.B

1)On a f(-x)=-f(x) pour pour tout x réel

2)f'(x)=$\frac{(x^2-3)^2}{(x^2+1)^2}$ d'où $\forall x \in IR on\ f'(x) \geq 0$ ; f'(x)=0⇔ $x = \sqrt{3}$ ou x=-$\sqrt{3}$

mais x est positif d'où x= $\sqrt{3}$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

3) l'équation de la tangente à la courbe en A(0,0) est T :y=9x

Position de (T) par rapport à(C) on doit étudier le signe de f(x)-9x=g(x)

Donc g(x)=$\frac{-8x^3}{(x^2+1)}$ sur [0 ;+∞[ g(x)≤ 0 donc la courbe (C) est au dessous de (T)

Et au dessus de (T) sur ]-∞ ;0]

4) montrons que la droite Δ :y=x est une asymptote à(C) au voisinage de +∞

$\lim_{x\to+\infty} f(x) - x = 0$ donc la réponse

## EXERCICE2

1)a)$g(x) = x\sqrt{x^2+1} - 1$ g est définie continue et dérivable sur IR

Et g'(x)=$\frac{2x^2+1}{\sqrt{x^2+1}}$ pour tout réel x g'(x)>0 donc g est strictement croissante sur IR

b) g est strictement croissante continue sur IR et f(IR)=IR

o∈ $IR$ donc $\exists\alpha \in IR$ tel ,que g(α)=0

g(0,7)xg(0,8)<0 donc 0,7<α<0,8

c) si $x \geq \alpha$ g est croissante alors g(x)≥ $g(\alpha)$ ⇔g(x)≥ 0

de même si $x \leq \alpha\ alors\ g(x) \leq 0$

2)f(x)=$\frac{x^3}{3} - \sqrt{x^2+1}$ f est dérivable sur IR et f'(x)=xg(x)

f'(x)=0⇔ $x = 0\ ou\ x = \alpha$

| X | -∞ | 0 | α +∞ |
|---|---|---|---|
| g(x) | - | - | + |
| X | - | + | + |
| f'(x) | + | - | + |
| f(x) | ↗ | ↘ | ↗ |

# EXERCICE3

1)On a : a=da' et b=db' avec pgcd(a' ;b')=1 et alors m=da'b'

PPCM(a ;b)=210PGCD(a,b)⇔ da'b'=210d (d≠ 0) ⇔ $a^{'}b^{'} = 210$ (1)

b-a=PGCD(a,b)⇔b'-a'=1 ⇔b'=a'+1 (2)

(1) Et (2) donnent $a'^2+a'-210=0$ d'où a'=14 ou a'=-15 or a'>0 d'où a'=14

Donc b'=15

D'où a=14d et b=15d une infinité de solution

2)a) on a : 27=5x5+2 et 5=2x2+1

Donc 1=5-2x2 et 2=27-5x5

Donc 1=5-2x(27-5x5)

= -2x27+5x(5x2+1)

= -2x27 +5x11

b)on a :27x +5y=1 (1)

27x(-2)+5x11=1 (2)

(1)-(2) donnent 27(x+2)=5(11-y) donc 5divise 27(x+2) et premier ave 27 donc

5 divise (x+2) d'où x+2=5k ;Kϵℤ donc x=5k-2 ; y=-27k+11

S={$(5k-2);(-27k+11); k \in \mathbb{Z}$}