

# Qcm

## Lois de probabilité

GUESMLB

E1

Un professeur d'éducation sportive s'adresse aux 30 élèves d'une classe, au sujet de l'intérêt qu'ils portent au sport en général. Parmi ces 30 élèves, 20 lisent la rubrique sportive d'un journal, 14 pratiquent un sport et 8 font les deux. Lorsque le professeur interroge au hasard 6 élèves de cette classe, on note  $X$  le nombre d'élèves s'intéressant au sport parmi les 6 élèves interrogés.

- A  Exactement 6 élèves de cette classe ne s'intéressent pas au sport (c.a.d ne lisent pas de rubrique sportive et ne pratiquent aucun sport).
- B  La probabilité qu'un élève de la classe s'intéresse au sport est  $P(S) = \frac{1}{3}$ .
- C  La probabilité que les 6 élèves interrogés s'intéressent tous au sport est  $P(X=6) \approx 0,724$ .
- D  La probabilité qu'aucun élève parmi les 6 interrogés ne s'intéresse au sport est  $P(X=0) \approx 5,6 \times 10^{-6}$ .
- E  La probabilité que deux élèves parmi les 6 interrogés s'intéressent au sport est  $P(X=2) \approx 0,3$ .

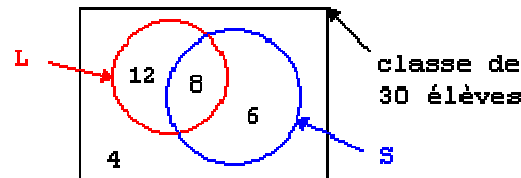
corrigé C1

*Vous avez coché les cases: -*

*Il fallait cocher les cases: -B-D-*

---

- A- L'expérience peut être illustrée par le diagramme de Venn suivant, où L désigne l'ensemble des élèves qui lisent une rubrique sportive et S désigne l'ensemble des élèves qui pratiquent un sport.



Exactement  $30 - (20 + 14 - 8) = 4$  élèves ne s'intéressent pas au sport.

- B- Du résultat précédent on déduit que 26 élèves s'intéressent au sport.

Donc la probabilité qu'un élève s'intéresse au sport est  $P(S) = \frac{26}{30} = \frac{13}{15}$ .

- C- Interroger 6 élèves revient à répéter 6 fois, de façon indépendante, la même épreuve : interroger un élève. X désignant le nombre de fois que l'événement S est réalisé à l'issue des interrogations, la loi de X est la loi binomiale de paramètres 6 et  $\frac{13}{15}$ . Donc, pour tout entier k

de 0 à 6,  $P(X=k) = \binom{6}{k} \left(\frac{13}{15}\right)^k \left(\frac{2}{15}\right)^{6-k}$ . De là on tire :

$$P(X=6) = \binom{6}{6} \left(\frac{13}{15}\right)^6 \left(\frac{2}{15}\right)^0 = \left(\frac{13}{15}\right)^6 \approx 0,424$$

- D- La probabilité qu'aucun élève de la classe ne s'intéresse au sport est

$$P(X=0) = \left(\frac{2}{15}\right)^6 \approx 5,6 \times 10^{-6}.$$

- E- La probabilité que deux élèves de la classe s'intéressent au sport est

$$P(X=2) = \binom{6}{2} \left(\frac{13}{15}\right)^2 \left(\frac{2}{15}\right)^4 \approx 3,6 \times 10^{-3}.$$

On admet que 2 % des conducteurs automobiles contrôlés par un alcootest sont en état d'ébriété. La police contrôle n personnes.

- E2 Les résultats des différents contrôles sont supposés indépendants les uns des autres. On considère la variable aléatoire X égale au nombre de personnes en état d'ébriété au cours des n contrôles.

A

- La loi de probabilité de X est la loi binomiale de paramètres n et 0,02

B

Pour tout entier k de  $\{0, 1, 2, \dots, n\}$ ,  $P(X=k) = \binom{n}{k} (0,02)^k (0,98)^{n-k}$



C La probabilité pour que, au cours de ce contrôle, il y ait au moins une personne en état d'ébriété est  $(0,98)^n$ .



D Le nombre minimal  $N$  de personnes à contrôler pour que la probabilité de trouver au moins une personne en état d'ébriété soit supérieure à 0,95 est  $N=100$ .



E

En contrôlant 500 personnes on peut « espérer » 10 contrôles positifs.

### corrigé C2

*Vous avez coché les cases: -*

*Il fallait cocher les cases: -A-B-E-*

A- La probabilité, lors d'un contrôle, de l'événement  $S$  : « la personne contrôlée est en état d'ébriété » est égale à 0,02 .

Les  $n$  contrôles sont identiques et supposés indépendants les uns des autres.  $X$  désigne le nombre de fois où l'événement  $S$  est réalisé au cours des  $n$  contrôles. La loi de probabilité de  $X$  est donc la loi binomiale de paramètres  $n$  et 0,02 .

B- Pour tout entier  $k$  de  $\{0,1,2,\dots,n\}$ ,  $P(X=k) = \binom{n}{k} (0,02)^k (0,98)^{n-k}$

C- La probabilité pour que, au cours des  $n$  contrôles, il y ait au moins une personne en état d'ébriété est  $P(X \geq 1)$  .

Or  $P(X \geq 1) = P(\overline{X=0}) = 1 - P(X=0) = 1 - (0,98)^n$  .

D- Le nombre  $n$  de personnes à contrôler pour que la probabilité de trouver au moins une personne en état d'ébriété soit supérieure à 0,95 est solution de l'inéquation  $1 - (0,98)^n \geq 0,95$  équivalente à

$(0,98)^n \leq 0,05$  soit  $n \ln 0,98 \leq \ln 0,05$  donc à  $n \geq \frac{\ln 0,05}{\ln 0,98} \approx 148,3$ .

La valeur minimale de  $n$  est alors  $N=149$ .

E- Si une variable aléatoire  $X$  suit une loi binomiale de paramètres  $n$  et  $p$ , on a  $E(X) = n \times p$  . Donc si l'on contrôle 500 personnes alors  $E(X) = 500 \times 0,02 = 10$  . On peut « espérer » 10 contrôles positifs.

E3

Une première urne contient huit boules vertes. Une de ces boules porte le chiffre 1, trois portent le chiffre 2 et quatre le chiffre 4. Une deuxième urne contient six boules rouges : une de ces boules porte le chiffre 3, deux le chiffre 5 et trois le chiffre 6. On extrait au hasard une boule de chaque urne. On désigne par  $X$  le chiffre porté par la boule verte et par  $Y$  le chiffre porté par la boule rouge.

A

L'ensemble des éventualités est composé de 48 couples équiprobables.

B

$P(X=2 \text{ et } Y=6) = \frac{1}{5}$ .

C

$P(X+Y \geq 8) = \frac{29}{48}$ .

D

On effectue dix fois de suite le tirage précédent, en remplaçant les boules extraites dans leur urne respective avant chaque nouveau tirage. Si  $Z$  désigne le nombre de réalisations de l'événement  $(X+Y \geq 8)$  à l'issue des dix tirages, alors  $P(Z=5) \approx 0,197$ .

E

$E(Z) \approx 3$ .

corrigé C3

*Vous avez coché les cases: -*

*Il fallait cocher les cases: -A-C-D-*

---

- A- L'univers associé à l'expérience est l'ensemble  $E$  des couples  $(v; r)$  où  $v$  représente une des 8 boules vertes et  $r$  une des 6 boules rouges. Les  $8 \times 6 = 48$  couples sont équiprobables.
- B- Trois boules vertes portent le chiffre 2 et trois boules rouges portent le chiffre 6. Donc le couple  $(2; 6)$  peut être obtenu de  $3 \times 3 = 9$  façons. Alors  $P(X=2 \text{ et } Y=6) = \frac{\text{nombre d'éventualités favorables}}{\text{nombre total d'éventualités}} = \frac{9}{48} = \frac{3}{16}$ .
- C-  $X+Y \geq 8$  si  $X=2$  et  $Y=6$  ou bien si  $X=4$  et  $Y \geq 5$ . Le nombre de couples réalisant  $X+Y \geq 8$  est donc  $3 \times 3 + 4 \times 5$  soit 29. On en déduit  $P(X+Y \geq 8) = \frac{29}{48}$ .
- D- Les dix tirages sont identiques et indépendants puisqu'il y a remise des boules avant chaque nouveau tirage. La loi de  $Z$  est donc la loi binomiale de paramètres 10 et  $\frac{29}{48}$ . Pour tout  $k$  de  $\{0, 1, 2, \dots, 10\}$ , on a  $P(Z=k) = \binom{10}{k} \left(\frac{29}{48}\right)^k \left(\frac{19}{48}\right)^{10-k}$  donc  $P(Z=5) \approx 0,197$ .
- E- Pour une loi binomiale  $Z$  de paramètres  $n$  et  $p$ , on a  $E(Z) = n \times p$ . On a donc ici  $E(Z) = 10 \times \frac{29}{48} = \frac{290}{48} \approx 6$ .

E4

Une urne contient des boules numérotées de 1 à  $n$ , réparties de la façon suivante : pour tout entier  $k$  compris entre 1 et  $n$ , l'urne contient  $k$  boules portant le numéro  $k$ . On tire au hasard une boule de l'urne et on note  $X$  le numéro obtenu.

- A L'urne contient  $\frac{n(n+1)}{2}$  boules.
- B Pour tout entier  $k$  compris entre 1 et  $n$ ,  $P(X=k) = \frac{k}{2n(n+1)}$ .
- C Pour tout entier  $k$  compris entre 1 et  $n$ ,  $P(X \leq k) = \frac{k(k+1)}{n(n+1)}$ .
- D Si  $n$  est pair alors  $P(X \text{ est pair}) = \frac{1}{2}$ .
- E Sachant que  $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ , on a  $E(X) = \frac{2n+1}{3}$ .

*Vous avez coché les cases: -*

*Il fallait cocher les cases: -A-C-E-*

A- L'urne contient 1 boule numérotée 1, et 2 boules numérotées 2, ..., et n boules numérotées n, soit au total  $1+2+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$  (somme de n termes successifs d'une suite arithmétique).

B- Pour tout entier k compris entre 1 et n, l'urne contient k boules numérotées k donc  $P(X=k) = \frac{k}{\frac{n(n+1)}{2}} = \frac{2k}{n(n+1)}$ .

C- Pour tout entier k compris entre 1 et n, le nombre de boules portant un numéro inférieur à k est  $1+2+\dots+k = \frac{k(k+1)}{2}$ . On en déduit

$$P(X \leq k) = \frac{\frac{k(k+1)}{2}}{\frac{n(n+1)}{2}} = \frac{k(k+1)}{n(n+1)}.$$

D- On suppose que n est pair. Le nombre de boules portant un numéro pair est  $2+4+6+\dots+n = 2(1+2+3+\dots+\frac{n}{2}) = 2(\frac{\frac{n}{2}(\frac{n}{2}+1)}{2}) = \frac{n(n+2)}{4}$ .

$$\text{Alors } P(X \text{ est pair}) = \frac{\frac{n(n+2)}{4}}{\frac{n(n+1)}{2}} = \frac{n+2}{2(n+1)}.$$

E-  $E(X) = \sum_{k=1}^n kP(X=K) = \sum_{k=1}^n k \frac{2k}{n(n+1)} = \frac{2}{n(n+1)} \sum_{k=1}^n k^2$ .

Or  $\sum_{k=1}^n k^2 = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$  donc

$$E(X) = \frac{2}{n(n+1)} \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{2n+1}{3}$$

E5 Un appareil de mesure évalue l'épaisseur (en cm) de pièces mécaniques. L'expérience prouve que l'épaisseur des pièces peut être modélisée par une variable aléatoire X qui suit la loi uniforme dans l'intervalle [0;1].

A  La densité f de la loi de X est définie sur [0;1] par  $f(t) = 1$ .

- B  $P(X = 0,6) = \frac{1}{6}$ .
- C  $P(0,3 \leq X \leq 0,5) = 0,2$ .
- D Les pièces sont acceptées si leur épaisseur est supérieure à 0,6 cm.
- La probabilité qu'une pièce soit acceptée est égale à 0,4.
- E Une pièce a une épaisseur supérieure à 0,3 cm. La probabilité qu'elle soit acceptée est égale à 0,3.

corrigé C5

*Vous avez coché les cases: -*

*Il fallait cocher les cases: -A-C-D-*

- A- La loi uniforme sur  $[0;1]$  a pour densité de probabilité la fonction  $f$  définie sur  $[0;1]$  par  $f(t) = 1$ .
- B- Pour tous réels  $a$  et  $b$  de  $[0;1]$ ,  $P(a \leq X \leq b) = b - a$ . Alors  $P(X = 0,6) = P(0,6 \leq X \leq 0,6) = 0,6 - 0,6 = 0$ .
- C-  $P(0,3 \leq X \leq 0,5) = 0,5 - 0,3 = 0,2$ .
- D- La probabilité qu'une pièce soit acceptée est  $P(X > 0,6)$ . On peut écrire :  $P(X > 0,6) = P(0,6 < X \leq 1) = 1 - 0,6 = 0,4$ .
- E- Il s'agit ici de calculer la probabilité conditionnelle  $P_{(X > 0,3)}(X > 0,6)$ .
- Or  $P_{(X > 0,3)}(X > 0,6) = \frac{P[(X > 0,3) \cap (X > 0,6)]}{P(X > 0,3)} = \frac{P(X > 0,6)}{P(X > 0,3)} = \frac{0,4}{0,7} = \frac{4}{7}$ .

Une loi de probabilité est dite uniforme sur un intervalle  $[a;b]$  de  $\mathbb{R}$  si sa densité est la fonction  $f$  définie sur  $[a;b]$  par  $f(x) = \frac{1}{b-a}$ .

- E6 Toutes les vingt minutes un bus se présente à un arrêt précis. Un usager arrive au hasard à cet arrêt. On suppose que le temps d'attente  $X$  de l'usager avant de prendre le bus est une variable aléatoire uniformément répartie sur l'intervalle  $[0; 20]$ .

- A La densité de la loi de  $X$  est  $f$  définie sur  $[0;20]$  par  $f(x) = \frac{1}{20}$ .

- B** Pour tout  $t$  de  $[0; 20]$ ,  $P(X \leq t) = t$ .
- C** La probabilité que l'utilisateur attende moins de 5 minutes est  $P(X \leq 5) = 0,5$ .
- D** La probabilité que l'utilisateur attende plus de 18 minutes est  $0,1$ .
- E** Le temps moyen d'attente pour l'utilisateur, défini par  $E(X) = \int_0^{20} xf(x)dx$ , est égal à 10 minutes.

corrigé C6

*Vous avez coché les cases: -*

*Il fallait cocher les cases: -A-D-E-*

- 
- A-** La densité de la loi de probabilité de  $X$  est a fonction  $f$  définie sur  $[0; 20]$  par  $f(x) = \frac{1}{20-0} = \frac{1}{20}$ .
- B-** Pour tout  $t$  de  $[0; 20]$ ,  $P(X \leq t) = \int_0^t f(x)dx = \int_0^t \frac{1}{20} dx = \left[ \frac{x}{20} \right]_0^t = \frac{t}{20}$ .
- C-** La probabilité que l'utilisateur attende moins de 5 minutes est, d'après le résultat ci-dessus :  $P(X \leq 5) = \frac{5}{20} = 0,25$ .
- D-** La probabilité que l'utilisateur attende plus de 18 minutes est  $P(X > 18) = P(\bar{X} \leq 18) = 1 - P(X \leq 18) = 1 - \frac{18}{20} = 0,1$ .
- E-**  $E(X) = \int_0^{20} xf(x)dx = \int_0^{20} \frac{x}{20} dx = \left[ \frac{x^2}{40} \right]_0^{20} = 10$  minutes. C'est le temps moyen d'attente pour l'utilisateur.

**E** Le temps de réponse  $X$  (en secondes) à un terminal relié à un ordinateur est une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de paramètre  $0,1$ .

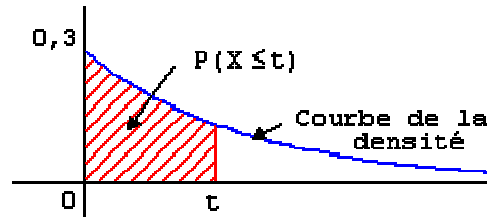


A

La densité de la loi de  $X$  est la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}^+$  par  $f(x) = 0,3 e^{-0,3x}$ .

B

Pour tout réel positif  $t$ ,  $P(X \leq t)$  représente l'aire du domaine hachuré sur le graphique suivant :



C

$P(4 \leq X \leq 8) \cong 0,40$ .

D

Le temps de réponse est supérieur à la demi-seconde dans 75 % des cas.

E

Le temps minimum de réponse pour la moitié des appels est de 2,3 s.

corrigé C7

*Vous avez coché les cases: -*

*Il fallait cocher les cases: -B-E-*

---

- A- La densité de la loi exponentielle de paramètre 0,3 est la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}^+$  par :  $f(x) = 0,3 e^{-0,3x}$ .
- B- Pour tout réel positif  $t$ ,  $P(X \leq t) = \int_0^t f(x)dx$  où  $f$  est la densité de la loi de  $X$ . Comme  $f$  est continue et positive sur  $\mathbb{R}^+$ ,  $\int_0^t f(x)dx$  représente l'aire, en unités d'aire, du domaine plan limité par la courbe de  $f$ , l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x=0$  et  $x=t$ .
- C-  $P(4 \leq X \leq 8) = \int_4^8 0,3 e^{-0,3x} dx = \left[ -e^{-0,3x} \right]_4^8 = e^{-1,2} - e^{-2,4} \approx 0,21$
- D-  $P(X > 0,5) = P(\overline{X \leq 0,5}) = 1 - P(X \leq 0,5) = 1 - \int_0^{0,5} 0,3 e^{-0,3x} dx = 1 - \left[ -e^{-0,3x} \right]_0^{0,5}$   
soit  $P(X > 0,5) = e^{-0,15} \approx 0,86$ . Le temps de réponse est donc supérieur à la demi-seconde dans 86 % des cas.
- E- Le temps minimum de réponse pour la moitié des appels est le réel  $t$  vérifiant  $P(X > t) = \frac{1}{2}$ . Cette équation équivaut à  $e^{-0,3t} = 0,5$  soit à  $-0,3t = -\ln 2$  donc à  $t = \frac{\ln 2}{0,3} \approx 2,3$  secondes.

**E8** Un fabricant estime qu'une pièce mécanique a une durée de vie moyenne de 700 jours. On suppose que la variable  $T$  qui représente la durée de vie d'une telle pièce suit une loi exponentielle.

- A  Pour tout réel positif  $t$ ,  $P(T \leq t) = 1 - e^{-\frac{t}{700}}$ .
- B  Pour tout réel positif  $t$ ,  $P(T > t) = e^{-\frac{t}{700}}$ .
- C  La probabilité que la pièce soit encore en fonctionnement au bout de deux ans est égale environ à 0,55.
- D  Sachant que la pièce fonctionne depuis déjà deux ans, la probabilité qu'elle fonctionne encore au bout de cinq ans est proche de 0,21.
- E  On peut s'attendre à ce que 10 % des pièces soient en panne au bout de 73 jours environ.

corrigé C8

*Vous avez coché les cases: -*

*Il fallait cocher les cases: -A-B-D-E-*

A- Si  $T$  suit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$ , alors la durée de vie moyenne d'une pièce est  $E(T) = \frac{1}{\lambda}$ . Donc  $\lambda = \frac{1}{E(T)} = \frac{1}{700}$ . Par suite, pour

$$\text{tout } t \text{ de } \mathbb{R}^+ : P(T \leq t) = \int_0^t \lambda e^{-\lambda x} dx = \left[ -e^{-\lambda x} \right]_0^t = 1 - e^{-\lambda t} = 1 - e^{-\frac{t}{700}}.$$

B- Pour tout  $t$  de  $\mathbb{R}^+$ ,  $P(T > t) = P(\overline{T \leq t}) = 1 - P(T \leq t) = e^{-\frac{t}{700}}$ .

C- En considérant que 2 ans durent 730 jours,  $P(T > 730) = e^{-\frac{730}{700}} \approx 0,35$ .

D- Sachant que la pièce fonctionne depuis déjà deux ans, la probabilité qu'elle fonctionne encore au bout de cinq ans est :

$$P_{(T>2)}(T > 5) = \frac{P[(T > 2) \cap (T > 5)]}{P(T > 2)} = \frac{P(T > 5)}{P(T > 2)} = \frac{e^{-\frac{5 \times 365}{700}}}{e^{-\frac{2 \times 365}{700}}} \approx 0,21.$$

E- La durée  $t$  au bout de laquelle on peut s'attendre à ce que 10 % des pièces soient en panne vérifie l'équation  $P(X \leq t) = 0,1$ .

$$\text{Or } P(X \leq t) = 0,1 \Leftrightarrow 1 - e^{-\frac{t}{700}} = 0,1 \Leftrightarrow e^{-\frac{t}{700}} = 0,9 \Leftrightarrow \frac{-t}{700} = \ln 0,9$$

On obtient approximativement  $t \approx 73$  jours.

E9

Un élément radioactif a une demi-vie ( temps nécessaire pour que la moitié des atomes d'un échantillon se soit désintégrée), notée  $T$ , et égale à 14 jours. La durée de vie de cet élément est une variable aléatoire  $X$  suivant une loi exponentielle.

A

$P(X \leq T) = 0,5$ .

B

Le paramètre de la loi de  $X$  est  $\lambda = 0,05$ .

C

La relation entre la demi-vie  $T$  et la durée moyenne de vie  $E(X)$  d'un  $t$

élément est  $E(X) = \frac{\ln 2}{T}$ .

D

La probabilité qu'un atome de cet élément se désintègre durant la première semaine est environ de 0,45.

E

On peut considérer que 95 % des atomes sont désintégrés à partir de 60 jours.

corrigé C9

*Vous avez coché les cases: -*

*Il fallait cocher les cases: -A-B-E-*

- 
- A- 1 atome sur 2 est désintégré avant T jours. Donc  $P(X \leq T) = \frac{1}{2} = 0,5$ .
- B- On sait que, pour tout réel  $t$  de  $\mathbb{R}^+$ ,  $P(X \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$ , où  $\lambda$  est le paramètre de la loi exponentielle de  $X$ . On en déduit, pour  $t = T$  :  
 $1 - e^{-\lambda T} = 0,5 \Leftrightarrow e^{-\lambda T} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow -\lambda T = \ln \frac{1}{2} \Leftrightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{T} = \frac{\ln 2}{14} \approx 0,05$ .
- C- Pour une variable aléatoire  $X$  suivant une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$ , la durée moyenne de vie  $E(X)$  et le paramètre  $\lambda$  sont liés par la relation :  $E(X) = \frac{1}{\lambda}$ . Donc, d'après le résultat précédent, on a :  
 $E(X) = \frac{T}{\ln 2}$ . Ici  $E(X) \approx 20$  jours.
- D- Pour tout réel  $t$  de  $\mathbb{R}^+$ ,  $P(X \leq t) = 1 - e^{-0,05t}$ . La probabilité qu'un atome de cet élément se désintègre durant la première semaine est donc  $P(X \leq 7) = 1 - e^{-0,05 \times 7} \approx 0,30$ .
- E- Le temps  $t$  au bout duquel on peut estimer que 95 % des atomes sont désintégrés est tel que  $P(X \leq t) = 0,95$ . Or  $P(X \leq t) = 0,95$  si on a  
 $1 - e^{-0,05t} = 0,95 \Leftrightarrow e^{-0,05t} = 0,05 \Leftrightarrow -0,05t = \ln 0,05 \Leftrightarrow t = 60$  jours.

E1  
0

Une machine est équipée de deux composants identiques dont les durées de vie respectives  $T_1$  et  $T_2$  ( en jours ) suivent la même loi exponentielle de paramètre  $0,0003$  . Lorsque ces deux composants sont montés en série la machine tombe en panne si l'un au moins des composants est défaillant. Lorsqu'ils sont montés en parallèle, la machine ne tombe en panne que si les deux composants sont défaillants. On admet l'indépendance des pannes des deux composants et on note  $T$  la durée de vie de la machine.

A

Pour tout réel  $t$  de  $\mathbb{R}^+$ ,  $P(T_1 \leq t) = P(T_2 \leq t) = 1 - e^{-0,0003t}$  .

B

Lorsque le montage est fait en série, pour tout réel  $t$  de  $\mathbb{R}^+$ ,

$P(T > t) = e^{-0,0009 \times t^2}$  .

C

Lorsque le montage est fait en série, la probabilité que la machine

fonctionne au delà de 300 jours est égale environ à 0,84.

D

Lorsque le montage est fait en parallèle, pour tout réel  $t$  de  $\mathbb{R}^+$ ,

$P(T \leq t) = \left(1 - e^{-0,0003t}\right)^2$  .

E

Le montage étant fait en parallèle, la probabilité que la machine

fonctionne au delà de 300 jours est égale environ à 0,75.

corrigé C10

*Vous avez coché les cases: -*

*Il fallait cocher les cases: -A-C-D-*

---

A- Pour tout  $t$  de  $\mathbb{R}^+$ ,  $P(T_1 \leq t) = \int_0^t 0,0003 e^{-0,0003x} dx = \left[ -e^{-0,0003x} \right]_0^t$

soit  $P(T_1 \leq t) = 1 - e^{-0,0003t}$  et, puisque les composants sont identiques,  $P(T_2 \leq t) = P(T_1 \leq t)$ .

B- Lorsque le montage est fait en série, la machine ne fonctionne que si les deux composants sont en bon état. Donc, pour tout  $t$  de  $\mathbb{R}^+$ ,  $P(T > t) = P[(T_1 > t) \cap (T_2 > t)]$  et comme les variables aléatoires  $T_1$  et  $T_2$  sont indépendantes,

$$P(T > t) = P(T_1 > t) \times P(T_2 > t) = [P(T_1 > t)]^2 = [1 - P(T_1 \leq t)]^2.$$

$$\text{Alors } P(T > t) = \left[ e^{-0,0003t} \right]^2 = e^{-0,0006t}$$

C- Lorsque le montage est fait en série, la probabilité que la machine fonctionne au-delà de 300 jours est :

$$P(T > 300) = \left[ e^{-0,0006 \times 300} \right] = e^{-0,18} \approx 0,84.$$

D- Lorsque le montage est fait en parallèle, la machine ne tombe en panne que si les deux composants sont défectueux. Donc, pour tout  $t$  de  $\mathbb{R}^+$ ,

$$P(T \leq t) = P[(T_1 \leq t) \cap (T_2 \leq t)] = P(T_1 \leq t) \times P(T_2 \leq t) = [P(T_1 \leq t)]^2.$$

$$\text{soit } P(T \leq t) = \left[ 1 - e^{-0,0003t} \right]^2.$$

E- Le montage étant fait en parallèle, la probabilité que la machine fonctionne au delà de 300 jours est :

$$P(T > 300) = P(\overline{T \leq 300}) = 1 - P(T \leq 300) = 1 - \left( 1 - e^{-0,0003 \times 300} \right)^2$$

$$\text{soit } P(T > 300) \approx 0,99.$$