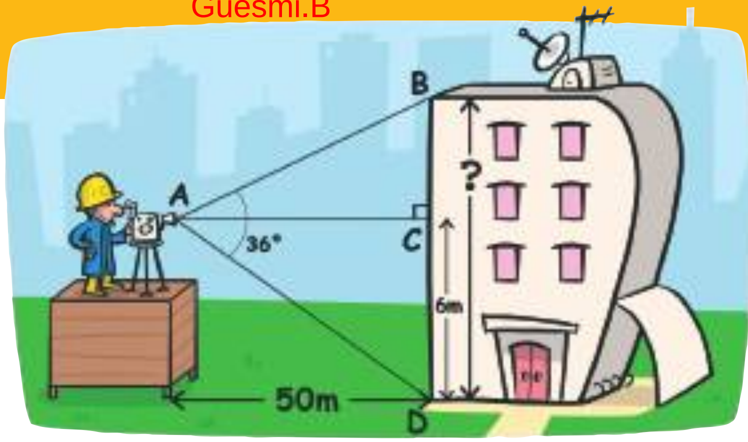
12 Trigonométrie - Angles inscrits - Angles au centre



En 5e et en 4e, on a appris à déterminer des mesures de longueur et des mesures d'angles par diverses méthodes.
En 3e, on complète ces méthodes en apprenant de nouvelles formules.

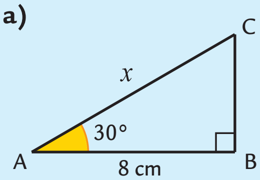
Je fais le point sur mes connaissances

Est-ce que je sais...

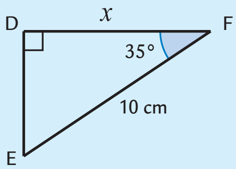
1. Utiliser le cosinus dans un triangle rectangle

Calculer x. Donner la troncature, puis l'arrondi de x à 0,1 cm ou 0,1 degré près.

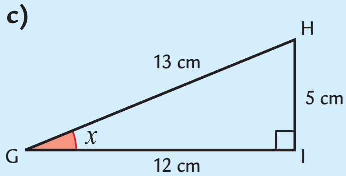
a)



b)



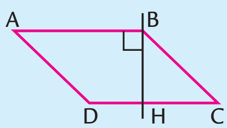
c)



2. Démontrer que deux droites sont perpendiculaires

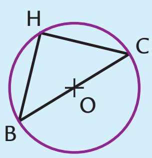
En utilisant les informations portées sur les figures suivantes, démontrer dans chaque cas que (BH) est perpendiculaire à (HC).

a)



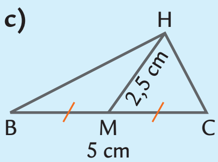
ABCD est un parallélogramme

b)

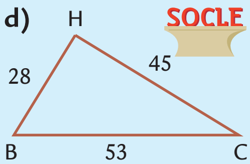


O centre du cercle

c)



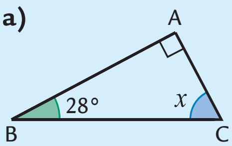
d)



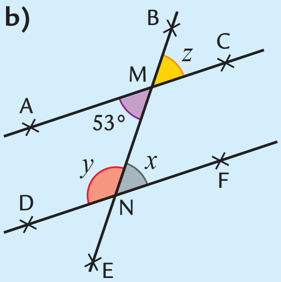
3. Calculer la mesure d'un angle

Soit x, y ou z les mesures des angles. Déterminer x, y et z dans chaque cas.
Justifier les réponses.

a)



b)



(AC) // (DF)

Voir commentaires sur les activités p. 289

À la fin de ce chapitre, tu dois savoir, dans un triangle rectangle :
- calculer un angle ou une longueur en utilisant le cosinus, le sinus, ou la tangente,
- calculer un angle en utilisant les propriétés des angles inscrits dans un cercle.

Écrire les formules

Objectif 1
« Relations trigonométriques »

Obstacle 1
« Quelle formule ? »

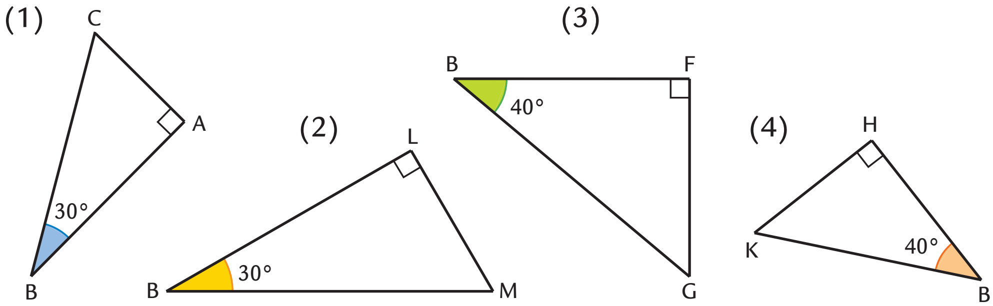
Voir la Fiche TICE Ch 12-FLO1 sur le site des éditions Hatier

1 À la découverte du sinus et de la tangente

a) Conjecturer

Dans chacun des quatre triangles ci-dessous, calculer l'arrondi des rapports suivants en prenant les mesures nécessaires sur le dessin.

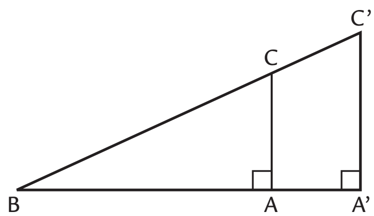
① : $\dfrac{\text{longueur du coté opposé à } \widehat{B}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$ ② : $\dfrac{\text{longueur du coté opposé à } \widehat{B}}{\text{longueur du coté adjacent à } \widehat{B}}$



En observant les résultats obtenus, quelle conjecture peut-on faire ?

b) Démontrer dans un cas particulier

À partir de la figure ci-contre, écrire le rapport ① de la question **a)** dans le triangle BAC puis dans le triangle BA'C' avec les lettres de la figure.
Démontrer que les deux rapports obtenus sont égaux.
Faire de même avec le rapport ②.



c) Calculer

Retrouver les résultats de la question **a)** en utilisant uniquement les mesures des angles et la calculatrice.

d) Appliquer

(1) Tracer un triangle DEF rectangle en D, puis écrire avec les lettres de la figure cos $\widehat{E}$, sin $\widehat{E}$, tan $\widehat{E}$, cos $\widehat{F}$, sin $\widehat{F}$ et tan $\widehat{F}$.
(2) Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ?
Justifier.
- Le sinus d'un angle aigu est compris entre 0 et 1.
- La tangente d'un angle aigu est comprise entre 0 et 1.

Utiliser la trigonométrie pour calculer une longueur

Objectif 2
« Calculer un côté en utilisant la trigonométrie »

Obstacle 3
« Multiplier ou diviser »

2 Rédiger et contrôler le calcul d'un côté

a) (1) Tracer un triangle ABC rectangle en, C, tel que $\widehat{BAC} = 23°$ et BC = 4 cm.
(2) Calculer l'arrondi à 0,1 cm près de AB.

b) Sylvain et Lucie ont cherché le même exercice que ci-dessus.
Voici leurs rédactions de la question (2).

Sylvain

$\sin 23 = \frac{4}{AB}$

donc $0{,}3 = \frac{4}{AB}$

donc $AB = \frac{4}{0{,}3}$

donc $AB \simeq 13{,}9$ cm

Lucie

Dans le triangle ABC rectangle en C

$\sin \widehat{BAC} = \frac{CB}{AB}$

$\sin 23° = \frac{4}{AB}$ donc $AB = 4 \times \sin 23°$

donc $AB \simeq 4 \times 0{,}39$ donc $AB \simeq 1{,}56$

(1) Indiquer ce qui convient et ne convient pas dans la rédaction de Sylvain.
(2) Marie, en regardant uniquement le résultat de Lucie, lui dit : « Je suis sûre que ton calcul est faux ! » Comment Marie s'y prend-elle ?
Quelle erreur Lucie a-t-elle faite ?

Objectif 2
« Calculer un côté en utilisant la trigonométrie »

Obstacle 2
« Triangle non rectangle »

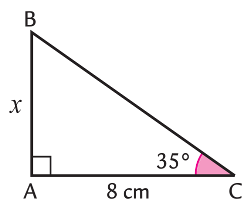
Obstacle 3
« Multiplier ou diviser »

Méthode 1 p. 210
®

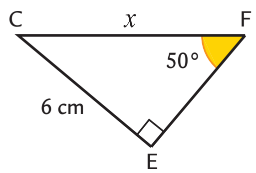
3 Calculer la longueur d'un segment

Déterminer, si possible, la troncature de x à 10^{-1} cm près.

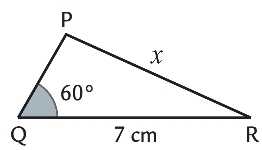
a)



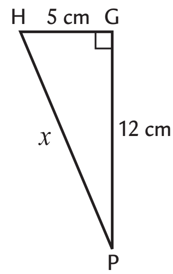
b)



c)



d)



Utiliser la trigonométrie pour calculer un angle

Objectif 3
« Calculer un angle en utilisant la trigonométrie »

4 Utiliser la calculatrice pour calculer un angle

Soit x la mesure d'un angle en degré. En utilisant une calculatrice, déterminer si possible, dans chaque cas l'arrondi de x au degré près.

a) $\sin x = 0{,}469$ **b)** $\sin x = \frac{7}{20}$ **c)** $\tan x = \frac{19}{25}$

d) $\tan x = 0{,}458$ **e)** $\sin x = \frac{14}{10}$ **f)** $\tan x = \frac{14}{10}$

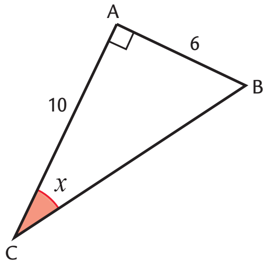
Objectif 3
« Calculer un angle en utilisant la trigonométrie »

Méthode p. 211
®

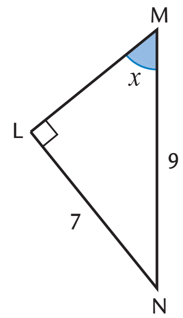
5 Calculer la mesure d'un angle

Dans chacun des cas suivants, x désigne la mesure de l'angle en degré.
Les mesures de longueur sont toutes en centimètres.
Calculer la troncature de x à 10^{-1} degré près.

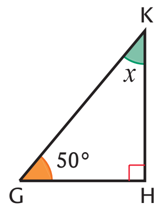
a)



b)



c)



Utiliser les propriétés des angles inscrits et des angles au centre

Objectif 4
« Calculer un angle dans un cercle »

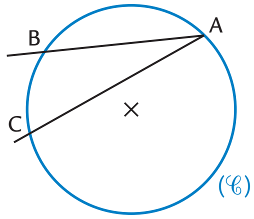
➜ Connaissance 2 p. 208

6 Angles inscrits, angles au centre

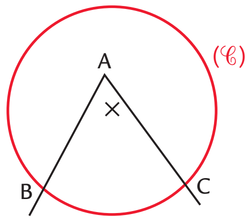
Exercice 34 p. 214

Observer la disposition de l'angle $\widehat{BAC}$ sur chacune des figures suivantes puis répondre aux questions ci-dessous.

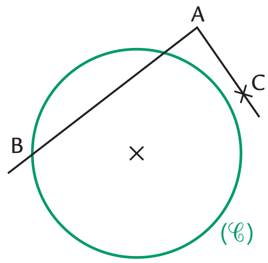
(1)



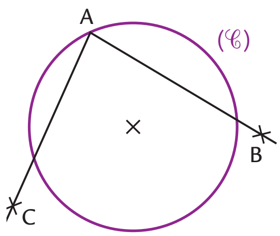
(2)



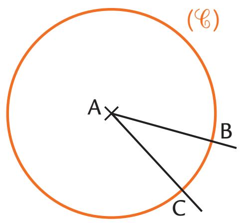
(3)



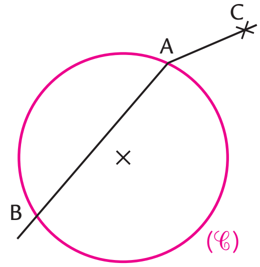
(4)



(5)



(6)



a) Sur les figures (1) et (4), on dit que l'angle $\widehat{BAC}$ est un angle inscrit dans le cercle (𝒞). Ce n'est pas le cas de $\widehat{BAC}$ sur les autres figures.
En déduire quelles semblent être les caractéristiques d'un angle inscrit.

b) Sur la figure (5), on dit que l'angle $\widehat{BAC}$ est un angle au centre.
Ce n'est pas le cas de $\widehat{BAC}$ sur les autres figures.
En déduire quelles semblent être les caractéristiques d'un angle au centre.

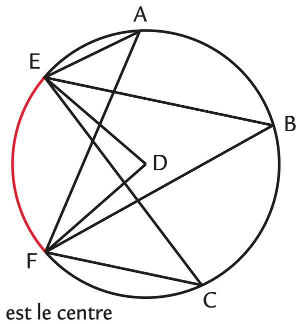
Objectif 4
« Calculer un angle »

®

Voir la fiche TICE Ch12-FLO7 sur le site des éditions Hatier

7 Propriété des angles inscrits et des angles au centre

a) Sur les figures (1), (2) et (5) de l'activité précédente, on dit que l'angle $\widehat{BAC}$ intercepte l'arc $\overset{\frown}{BC}$.
Sur la figure ci-contre, trouver les angles inscrits ou les angles au centre qui interceptent l'arc $\overset{\frown}{EF}$ (marqué en rouge).



D est le centre du cercle

b) Tracer un cercle de centre O.
Tracer plusieurs angles inscrits dans ce cercle qui interceptent le même arc $\overset{\frown}{BC}$. Mesurer ces angles. Quelle conjecture peut-on faire ?

c) Tracer un cercle de centre O. Tracer un angle au centre et un angle inscrit de ce cercle qui interceptent un arc $\overset{\frown}{BC}$. Mesurer ces deux angles.
Recommencer plusieurs fois ces tracés. Quelle conjecture peut-on faire ?

Objectif 5
« Construire un polygone régulier »

➜ Connaissance 3 p. 209

8 Construire un polygone régulier

a) Construire un triangle équilatéral
Tracer un segment [OA]. Construire les points B et C tels que ABC soit un triangle équilatéral dont le centre est O.

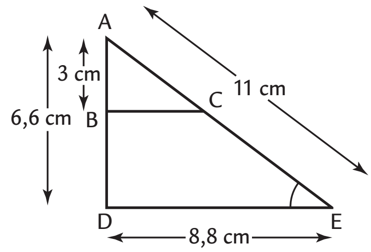
b) Construire un hexagone
Tracer un segment [OA]. Construire les points B, C, D, E, F tels que ABCDEF soit un hexagone régulier dont le centre est O.

Résoudre des problèmes

Objectif 6
« Résoudre des problèmes »

9 Un « classique » !

Soit un triangle ADE tel que :
AD = 6,6 cm, DE = 8,8 cm et AE = 11 cm.
B est le point du segment [AD] tel que AB = 3 cm et C est le point du segment [AE] tel que (BC) soit parallèle à (DE).
Sur la figure ci-contre, les dimensions ne sont pas respectées.
On ne demande pas de reproduire la figure.



a) Calculer la longueur BC.

b) Montrer que le triangle ADE est rectangle.

c) Calculer la valeur, arrondie au degré, de l'angle $\widehat{DEA}$.

D'après *brevet Asie, juin 2006.*

Objectif 6
« Résoudre des problèmes »

10 Établir une formule

Dans un triangle ABC rectangle en A, démontrer que, quelle que soit la mesure x d'un angle aigu de ce triangle, on a :

a) $\dfrac{\sin x}{\cos x} = \tan x$ **b)** $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

CONNAISSANCES

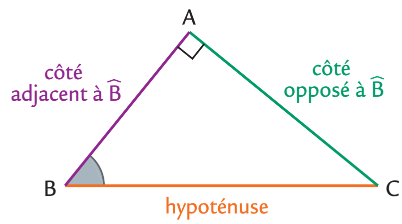
1. Cosinus, sinus, tangente

DÉFINITION
Dans un triangle rectangle :

- le cosinus d'un angle aigu est égal au rapport : $\dfrac{\text{longueur du côté adjacent à cet angle}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$
- le sinus d'un angle aigu est égal au rapport : $\dfrac{\text{longueur du côté opposé à cet angle}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$
- la tangente d'un angle aigu est égal au rapport : $\dfrac{\text{longueur du côté opposé à cet angle}}{\text{longueur du côté adjacent à cet angle}}$

Ces trois rapports ne dépendent que de la mesure de l'angle considéré.

$\cos\widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$ $\quad \sin\widehat{B} = \dfrac{AC}{BC}$ $\quad \tan\widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$



➜ **Remarque :** En pratique la « formule magique » SOHCAHTOA permet de retenir les définitions du cosinus, du sinus et de la tangente.

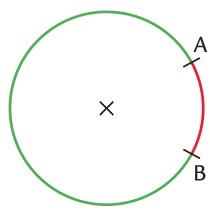
PROPRIÉTÉ
Dans un triangle rectangle, quelle que soit la mesure x d'un angle aigu, on a : $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$ et $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

ATTENTION ! Le cosinus et le sinus d'un **angle aigu** sont toujours compris entre 0 et 1 car, dans un triangle rectangle, l'hypoténuse est toujours le plus grand côté.

2. Angle inscrit, angle au centre

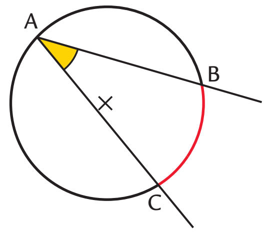
a) Arc de cercle

Sur un cercle, deux points A et B qui ne sont pas sur un même diamètre définissent deux arcs de longueurs différentes. Dans ce chapitre, on considérera que l'arc nommé désigne le plus petit des deux arcs.



b) Angle inscrit dans un cercle

DÉFINITION
Un angle dont le sommet est sur un cercle et dont les côtés coupent ce cercle est appelé angle inscrit dans ce cercle(*).

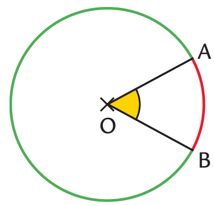


Sur la figure ci-contre, on dit que l'angle inscrit $\widehat{BAC}$ intercepte l'arc $\overset{\frown}{BC}$.

(*) En classe de 3e, on ne considérera pas le cas où l'un des côtés est tangent au cercle.

c) Angle au centre

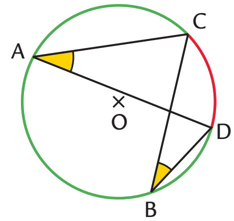
DÉFINITION
Un angle dont le sommet est le centre d'un cercle est appelé angle au centre de ce cercle.



Sur la figure ci-contre, où O est le centre du cercle, on dit que l'angle au centre $\widehat{AOB}$ intercepte l'arc $\overset{\frown}{AC}$.

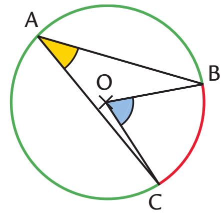
d) Propriétés

PROPRIÉTÉ
Si deux angles inscrits dans un cercle interceptent le même arc alors ils ont la même mesure.



Sur la figure ci-contre, $\widehat{CAD}$ et $\widehat{CBD}$ sont deux angles inscrits qui interceptent le même arc $\overset{\frown}{CD}$. Donc $\widehat{CAD} = \widehat{CBD}$.

PROPRIÉTÉ
Si, dans un cercle, un angle au centre et un angle inscrit interceptent le même arc alors la mesure de l'angle au centre est le double de la mesure de l'angle inscrit.

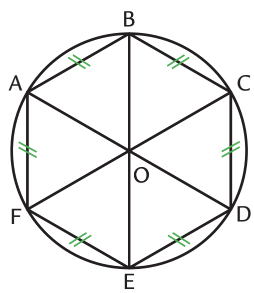


O est le centre du cercle

Sur la figure ci-contre, l'angle inscrit $\widehat{BAC}$ et l'angle au centre $\widehat{BOC}$ interceptent le même arc $\overset{\frown}{BC}$. Donc $\widehat{BOC} = 2\ \widehat{BAC}$.

3. Polygones réguliers

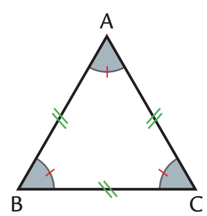
DÉFINITION 1
Un polygone est régulier lorsque tous ses côtés ont la même longueur et qu'il est inscriptible dans un cercle.
Le centre du cercle est appelé centre du polygone.



➜ **Exemple :** L'hexagone ABCDEF est un polygone régulier de centre O.

ATTENTION ! Un losange n'est pas un polygone régulier car ses angles n'ont pas la même mesure.

DÉFINITION 2
Un polygone est régulier lorsque tous ses côtés ont la même longueur et ses angles ont la même mesure.



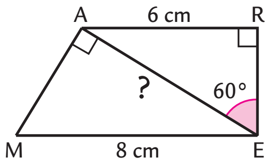
➜ **Exemple :** Le triangle équilatéral ABC est un polygone régulier.

1. Calculer la longueur d'un segment

MÉTHODE

En utilisant la trigonométrie

EXERCICE : Calculer l'arrondi au millimètre près de AE.



ÉTAPES :

a) Je cherche

(1) Que faut-il que je calcule ?
• *Une longueur.*

(2) Quelles propriétés puis-je utiliser ?
• *Voir p. 267.*

(3) Laquelle choisir ?
• *Il y a un triangle rectangle, un côté et un angle connus donc peut-être la trigonométrie.*

(4) Ai-je les conditions ?
• *Oui, dans le triangle rectangle AER, on connaît l'angle $\widehat{E}$, le côté opposé à l'angle $\widehat{E}$ et l'on cherche l'hypoténuse, on peut donc utiliser le sinus.*

b) Je rédige

SOLUTION :

(1) J'écris la formule du sinus de l'angle connu du triangle rectangle.

Dans le triangle AER rectangle en R :

$$\sin \widehat{REA} = \frac{RA}{AE}$$

(2) Je remplace les lettres par les mesures connues.

$$\sin 60° = \frac{6}{AE}$$

(3) Je calcule le côté cherché avec la calculatrice.

$$AE \times \sin 60° = 6$$

$$AE = \frac{6}{\sin 60°}$$

(4) Je présente le résultat avec la précision demandée.

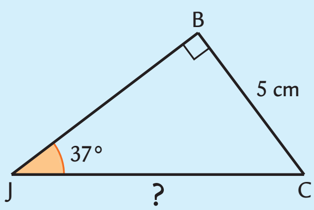
$$AE \approx 6{,}9 \text{ cm}$$

(5) Je contrôle la vraisemblance du résultat.

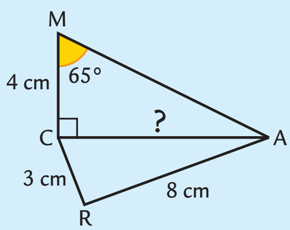
L'hypoténuse AE est plus grande que le côté AR donc le résultat est vraisemblable.

Exercices d'application

1 En utilisant les informations portées sur la figure suivante calculer l'arrondi au mm près de JC.



2 En utilisant les informations portées sur la figure suivante calculer l'arrondi au mm près de CA.

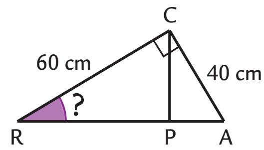


2. Calculer la mesure d'un angle

MÉTHODE

En utilisant la trigonométrie

Exercice : Calculer l'arrondi au degré près de l'angle $\widehat{CRP}$.



ÉTAPES :

a) Je cherche

(1) Que faut-il que je calcule ?

- *Un angle.*

(2) Quelles propriétés puis-je utiliser ?

- *Voir p. 267.*

(3) Laquelle choisir ?

- *Il y a un triangle rectangle dont on connaît deux côtés donc peut-être la trigonométrie.*

(4) Ai-je les conditions ?

- *Oui, dans le triangle rectangle CRA, on cherche l'angle $\widehat{R}$ et on connaît le côté opposé et le côté adjacent à $\widehat{R}$.*
On peut utiliser la tangente.

b) Je rédige

(1) J'écris la formule de la tangente de l'angle cherché.

SOLUTION :

Dans le triangle CRA rectangle en C :

$\tan \widehat{CRA} = \dfrac{CA}{CR}$

(2) Je remplace les lettres par les mesures connues.

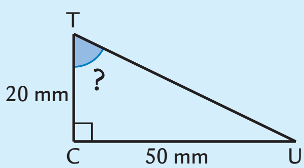
$\tan \widehat{CRA} = \dfrac{40}{60}$

(3) Je calcule l'angle cherché avec la calculatrice et je présente le résultat avec la précision demandée.

$\widehat{CRA} \approx 34°$ donc $\widehat{CRP} \approx 34°$

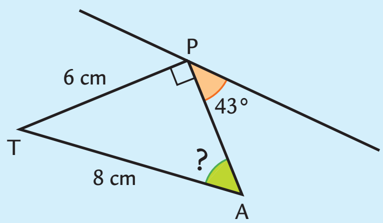
Exercices d'application

3 En utilisant les informations portées sur la figure suivante calculer l'arrondi au degré près de l'angle $\widehat{CTU}$.



....

4 En utilisant les informations portées sur la figure suivante calculer l'arrondi au degré près de l'angle $\widehat{PAT}$.

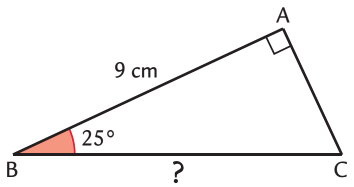


....

EXERCICES

Réactiver les connaissances

5 Calculer l'arrondi à 0,1 cm près de BC.



6 Soit un triangle ABC rectangle en A tel que BC = 8 cm et $\widehat{B} = 36°$.
Calculer l'arrondi à 0,1 cm près de BA.

7 Soit un triangle ABC rectangle en A tel que BA = 5 cm et BC = 9 cm.
Calculer l'arrondi au degré près de l'angle $\widehat{B}$.

8 Compléter les chaînons déductifs suivants.

a) On sait que [EF] est un diamètre d'un cercle et M un point de ce cercle

Si .... alors ....

Donc ....

b) On sait que I est le milieu de [BC] dans le triangle ABC et que AI = 4 cm et BC = 8 cm

Si .... alors ....

Donc ....

c) On sait que (PR) // (UV) et (TL) ⊥ (PR)

Si .... alors ....

Donc ....

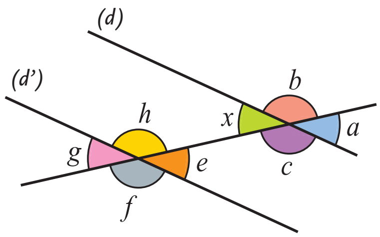
9 Le triangle BPC tel que BP = 3,9 cm, PC = 8 cm et CB = 8,9 est-il rectangle ?

10 **a)** Un triangle TAP est tel que $\widehat{T} = 34°$ et $\widehat{A} = 56°$. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{P}$.

b) Un triangle TIP isocèle en T est tel que $\widehat{P} = 26°$. Déterminer la mesure des deux autres angles.

c) Un triangle TOP isocèle en T est tel que $\widehat{T} = 32°$. Déterminer la mesure des deux autres angles.

11 Reproduire à main levée la figure suivante et marquer sur le croquis la mesure de tous les angles.



$(d) \,//\, (d')$ et $x = 38°$

12 VRAI OU FAUX ?

Armelle a fait l'exercice précédent. Le professeur lui demande de justifier ses réponses oralement. Lesquelles sont justes ?

a) L'angle a mesure 38° car il est opposé par le sommet à l'angle x.

b) L'angle g mesure 38° car il est alterne interne avec l'angle x.

c) L'angle c mesure 38° car il est correspondant à l'angle x.

d) L'angle e mesure 38° car il est opposé par le sommet à l'angle x.

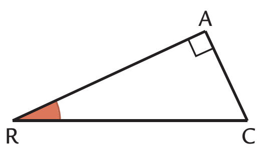
e) L'angle b est complémentaire avec l'angle x, donc $b = 180 - 38 = 142°$.

Exercices fondamentaux

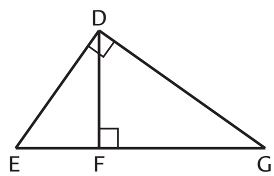
Écrire les formules

13 **a)** Dans le triangle suivant, citer :
(1) l'hypothénuse.
(2) le côté adjacent à $\widehat{R}$.
(3) le côté opposé à $\widehat{R}$.

b) Écrire sin $\widehat{R}$, tan $\widehat{R}$ et cos $\widehat{R}$ avec les lettres du dessin.

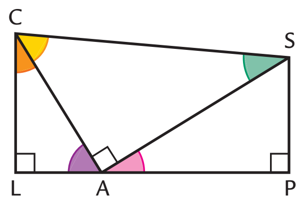


14 Écrire cos $\widehat{E}$, sin $\widehat{E}$ et tan $\widehat{E}$ de deux façons différentes en utilisant les lettres du dessin.



15 VRAI OU FAUX ?

Les phrases suivantes sont-elles vraies ou fausses ?



a) Dans le triangle rectangle CAS : $\tan \widehat{C} = \dfrac{AS}{CA}$

b) Dans le triangle rectangle CAS : $\sin \widehat{S} = \dfrac{SA}{SC}$

c) Dans le triangle rectangle CLA : $\cos \widehat{A} = \dfrac{AL}{CA}$

d) Dans le triangle rectangle CLA : $\tan \widehat{C} = \dfrac{AL}{CA}$

e) Dans le triangle rectangle ASP : $\sin \widehat{S} = \dfrac{AP}{SA}$

f) Dans le triangle rectangle ASP : $\cos \widehat{A} = \dfrac{AP}{AS}$

Utiliser la trigonométrie pour calculer une longueur

16 a) Si on cherche MN et que l'on connaît PM et l'angle $\widehat{P}$, on utilise…

b) Si on cherche MN et que l'on connaît PN et l'angle $\widehat{P}$, on utilise…

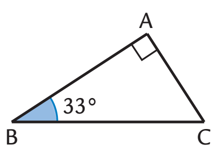
c) Si on cherche MP et que l'on connaît NP et l'angle $\widehat{P}$, on utilise…

17 Donner, dans chaque cas, l'arrondi à 10^{-3} près de :

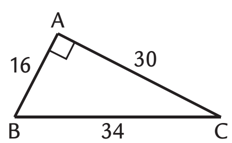
a) sin 28° b) sin 64° c) tan 35° d) tan 45°

18 Donner, dans chaque cas, la troncature à 10^{-3} près de $\sin \widehat{ABC}$ et de $\tan \widehat{ABC}$.

a)

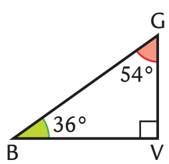


b)

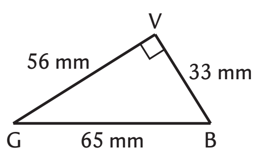


19 Donner, dans chaque cas, l'arrondi à 10^{-3} près de $\cos \widehat{BGV}$, $\sin \widehat{BGV}$ et $\tan \widehat{BGV}$.

a)

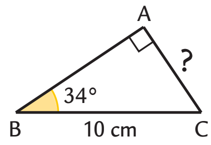


b)

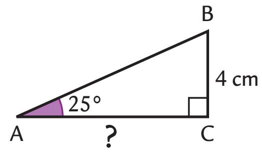


20 Calculer, dans chaque cas, l'arrondi à 0,1 cm près de AC.

a)



b)



21 a) Tracer un triangle CAR rectangle en R tel que $\widehat{RCA} = 58°$ et AR = 5 cm.

b) Calculer l'arrondi à 0,1 cm près de AC.

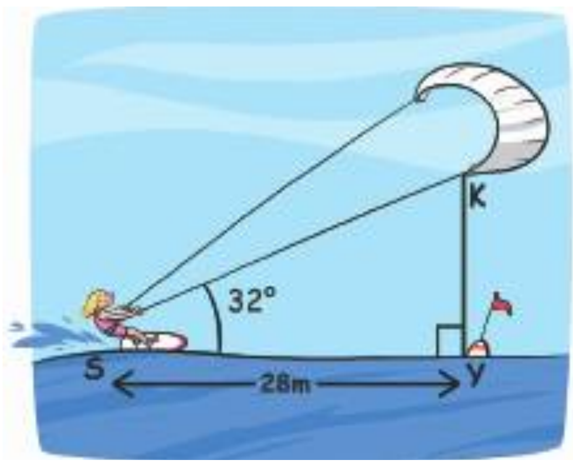
c) En prenant les mesures nécessaires sur le dessin, vérifier la vraisemblance du résultat du **b)**.

22 a) Tracer un triangle BUS rectangle en B tel que $\widehat{BUS} = 35°$ et BU = 6 cm.

b) Calculer l'arrondi à 0,1 cm près de BS

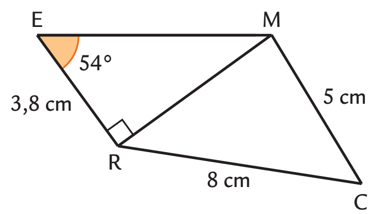
c) En prenant les mesures nécessaires sur le dessin, vérifier la vraisemblance du résultat du **b)**.

23 Julie est une fan de kitesurf !

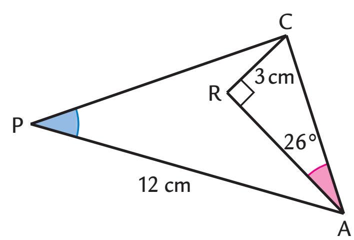


Calculer la troncature de la hauteur KY à 0,1 m près et l'arrondi de la longueur du fil SK à 0,1 m près.

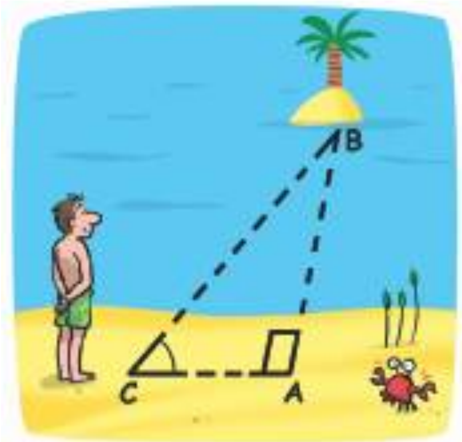
24 En utilisant les informations portées sur la figure ci-contre, calculer l'arrondi au mm près de MR.



25 En utilisant les informations portées sur la figure ci-contre calculer l'arrondi au mm près de CA.



26 Monsieur Théo Dolite se trouve sur la plage. Il souhaite connaître la distance AB entre le palmier et le bord de la plage. Quelles mesures peut-il prendre et comment utiliser ces mesures pour trouver la distance cherchée ?



Utiliser la trigonométrie pour calculer un angle

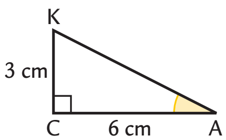
27 Soit x la mesure en degré d'un angle. En utilisant une calculatrice déterminer si possible l'arrondi de l'angle x au degré près.

a) $\cos x = \dfrac{13}{20}$ **b)** $\sin x = \dfrac{17}{26}$ **c)** $\tan x = \dfrac{11}{44}$

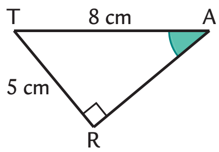
d) $\cos x = \dfrac{15}{62}$ **e)** $\sin x = \dfrac{13}{10}$ **f)** $\tan x = \dfrac{23}{10}$

28 En utilisant les informations portées sur la figure calculer, dans chacun des cas suivants, l'arrondi au degré près de l'angle $\widehat{A}$.

a)



b)



29 **a)** Tracer un triangle ABS rectangle en S tel que BS = 6 cm et AS = 4 cm.

b) Calculer l'arrondi au degré près de l'angle $\widehat{A}$.

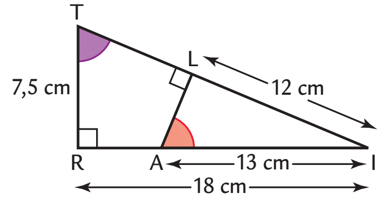
c) Vérifier la vraisemblance du résultat trouvé en mesurant l'angle sur le dessin.

30 **a)** Tracer un triangle RFO rectangle en F tel que RO = 8 cm et RF = 4 cm.

b) Calculer l'arrondi au degré près de l'angle $\widehat{O}$.

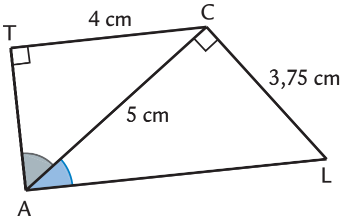
c) Vérifier la vraisemblance du résultat trouvé en mesurant l'angle sur le dessin.

31 **a)** Calculer l'arrondi au degré près de l'angle $\widehat{IAL}$.



b) Calculer l'arrondi au degré près de l'angle $\widehat{RTI}$.

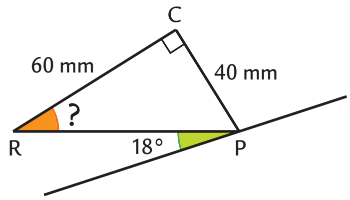
32 **a)** Calculer l'arrondi au degré près de l'angle $\widehat{TAC}$.



b) Calculer l'arrondi au degré près de l'angle $\widehat{CAL}$.

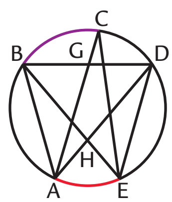
c) Si la somme des deux résultats ci-dessus fait 90°, bravo ! Sinon, vérifierz vos calculs.

33 Calculer l'arrondi au degré près de l'angle $\widehat{CRP}$.



Angles inscrits, angles au centre

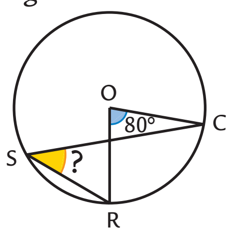
34 Sur la figure ci-contre, quels sont les angles inscrits qui interceptent :



a) l'arc $\overset{\frown}{EA}$?

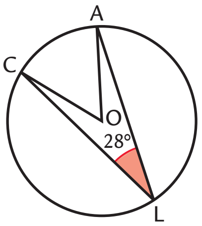
b) l'arc $\overset{\frown}{BC}$?

35 Calculer l'angle $\widehat{RSC}$.



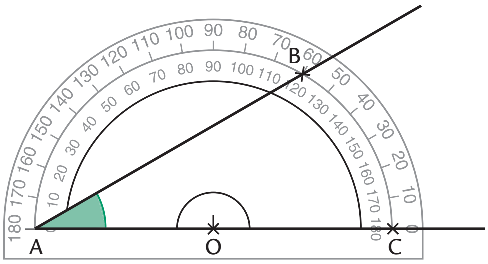
O est le centre du cercle

36 Calculer l'angle $\widehat{AOC}$.

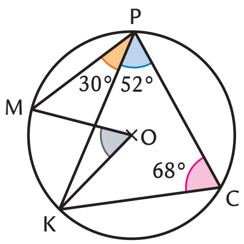


O est le centre du cercle

37 Léa, élève de 6^e a mal placé son rapporteur pour mesurer l'angle $\widehat{BAC}$.
Sa grande sœur, élève de 3^e observe le dessin et trouve la bonne mesure. Quelle est cette mesure ? Justifier.



38 En utilisant les informations portées sur la figure suivante, calculer l'angle $\widehat{MOK}$.



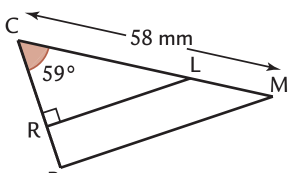
O est le centre du cercle

39 Tracer un segment [OM].
Construire les points N, P et Q tels que MNPQ soit un carré dont le centre est le point O.

40 Tracer un segment [OL].
Construire les points M, N, P, Q, R, S et T tels que LMNPQRST soit un octogone régulier de centre O.

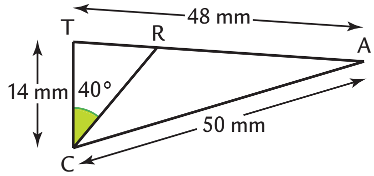
Résoudre des problèmes

41 Calculer la troncature à 10^{-1} cm près de PM.

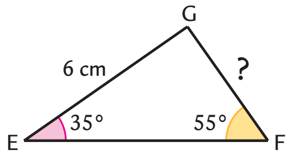


(RL) // (PM)

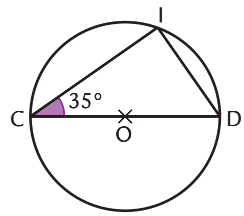
42 Calculer l'arrondi à 10^{-1} cm près de CR.



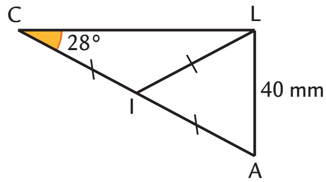
43 Calculer la troncature à 0,1 cm près de GF.



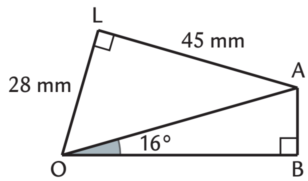
44 Le cercle ci-contre a pour centre O et pour rayon 2 cm.
Calculer l'arrondi de ID à 10^{-1} cm près.



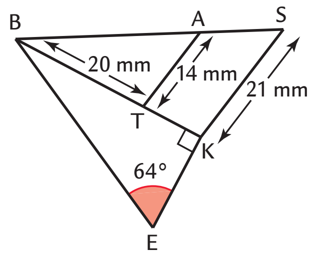
45 Calculer l'arrondi à 10^{-1} cm près de CL.



46 Calculer la troncature à 10^{-1} mm près de OB.

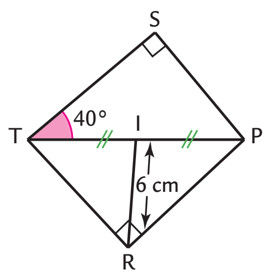


47 Calculer l'arrondi à 10^{-1} cm près de EK.

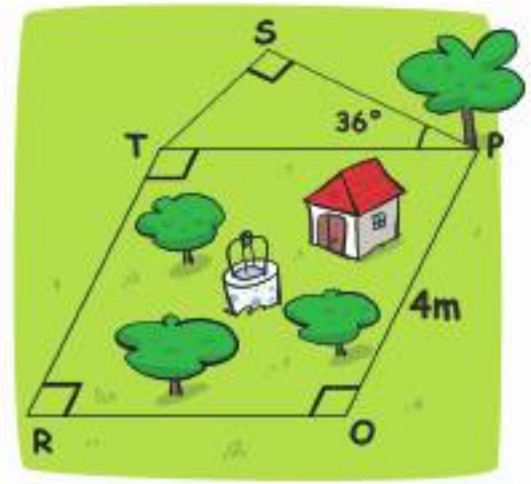


(AT) // (KS)

48 Calculer l'arrondi de SP à 10^{-1} cm près.



49 Une parcelle de jardin est formée d'un rectangle TPOR de 32 m^2 d'aire et d'un triangle SPT rectangle en S. Monsieur Dupré veut mettre une barrière sur le côté [SP].
Calculer l'arrondi au centimètre près de SP.

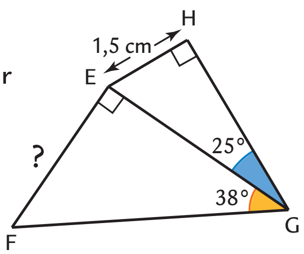


Info

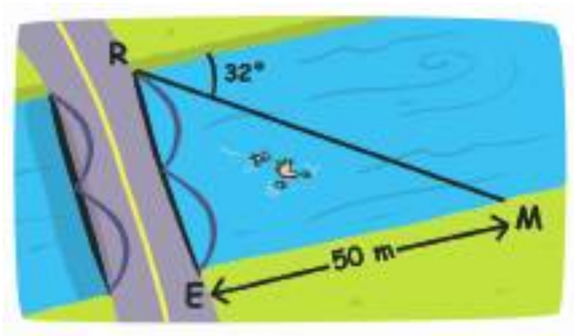
Devenir géomètre-topographe

Le géomètre-topographe est une personne spécialisée dans la mesure : il intervient, par exemple, dès qu'il y a un projet de construction pour préciser les limites des terrains et l'implantation des bâtiments ou des routes à construire. Il peut également mesurer la surface d'un logement avant une vente. Il utilise des instruments de mesure sur le terrain, en ville ou à la campagne et pratique le dessin assisté par ordinateur au bureau. De nombreux diplômes peuvent mener à cette profession : BEP, BTS, diplôme d'ingénieur qui conduise à différents niveaux de pratique : technicien, ingénieur, expert.

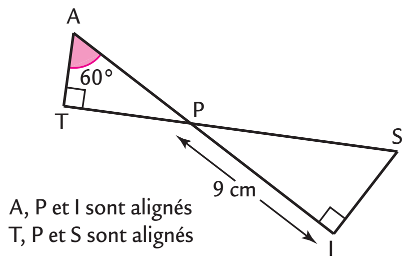
50 En utilisant les informations portées sur le dessin ci-contre, calculer la troncature à 0,1 cm près de EF.



51 Oail est parti du point R pour traverser rivière. Emporté par le courant il est arrivé au point M au lieu d'arriver en E.
Sachant que les deux rives de la rivière sont parallèles et que le pont est perpendiculaire aux rives, calculer la distance parcourue par Marc en nageant.



52 Calculer l'arrondi à 10^{-1} cm près de SI.



53 **a)** Tracer un triangle SRT tel que SR = 45 mm, ST = 28 mm et RT = 53 mm.

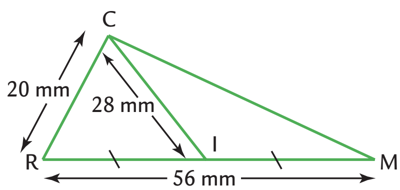
b) Calculer l'arrondi au degré près de l'angle $\widehat{STR}$.

c) Vérifier la vraisemblance du résultat du **b)** en mesurant sur le dessin.

54 **a)** Tracer un cercle de centre O et de rayon 4 cm. Soit [CT] un diamètre du cercle.
Placer sur le cercle un point L tel que CL = 3 cm.

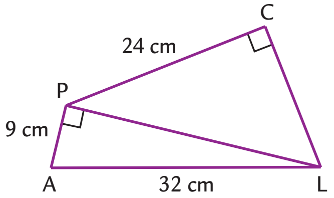
b) Calculer la troncature à l'unité près de l'angle $\widehat{LCT}$.

55 Calculer l'arrondi au degré près de l'angle $\widehat{RMC}$.

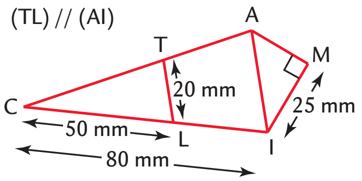


56 Un losange ABCD dont les diagonales se coupent en O est tel que AC = 7 cm et AD = 9 cm. Calculer l'arrondi au degré près de l'angle $\widehat{ADC}$.

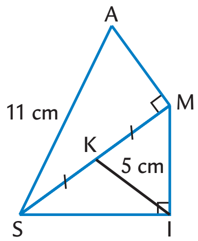
57 Calculer l'arrondi au degré près de l'angle $\widehat{PLA}$.



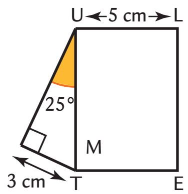
58 Calculer l'arrondi au degré près de l'angle $\widehat{AIM}$.



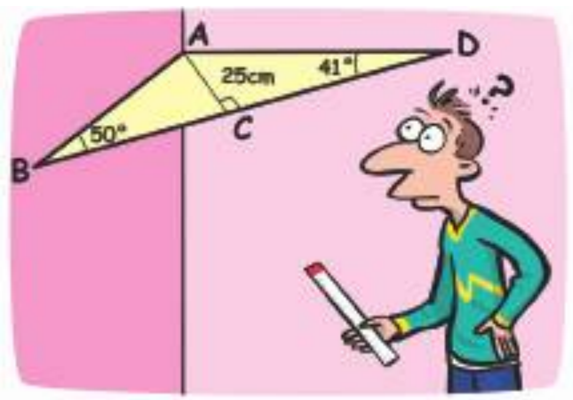
59 Calculer l'arrondi au degré près de l'angle $\widehat{MAS}$.



60 Calculer l'arrondi au cm^2 près de l'aire du rectangle TULE sur la figure ci-contre.



61 Antoine a fabriqué une étagère d'angle avec deux triangles. Il veut mettre une baguette sur l'arête BD.

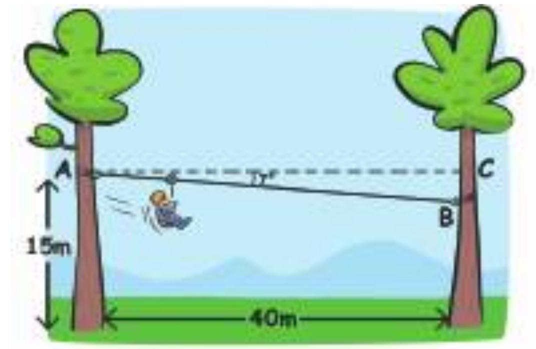


a) Calculer l'arrondi au cm près de BC.

b) Calculer l'arrondi au cm près de CD.

c) Déduire des deux résultats précédents la longueur de la baguette BD. Si vous trouvez 50 cm, bravo ! Sinon, vérifiez vos calculs.

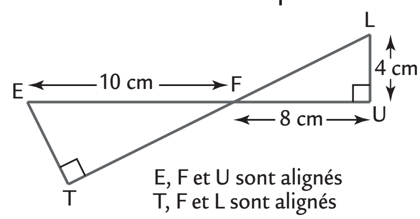
62 Dans le parc « Sport et nature », on peut glisser le long d'un câble AB.



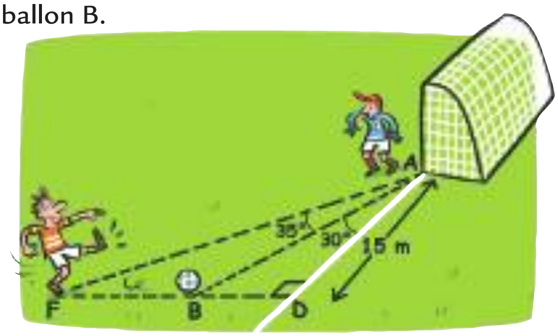
a) Quelle est la longueur du câble ?

b) Le point A est à 15 m du sol.
À quelle hauteur se trouve le point B ?

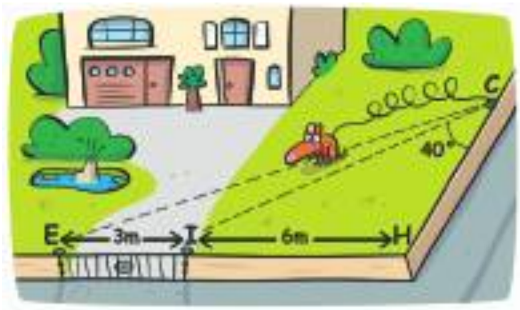
63 Calculer l'arrondi au mm près de ET.



64 Calculer la distance entre le joueur F et le ballon B.



65 Quand sa laisse est tendue, le chien arrive juste au point I.

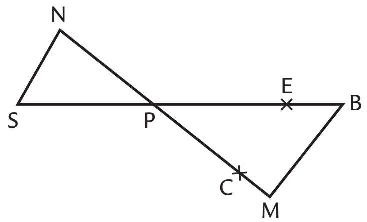


a) Quelle est la longueur de la laisse ?

b) Le propriétaire de la maison souhaite que son chien puisse atteindre le point E pour surveiller toute l'entrée. De quelle longueur doit-il rallonger la laisse ?

66

On considère la figure suivante qui n'est pas réalisée en vraie grandeur.
Les points S, P, E et B sont alignés ainsi que les points N, P, C et M.
Les droites (MB) et (NS) sont parallèles.
On donne :
PM = 12 cm, MB = 6,4 cm,
PB = 13,6 cm et PN = 9 cm.



a) Démontrer que le triangle PBM est rectangle.

b) En déduire la mesure de l'angle $\widehat{MBP}$ arrondie au degré près.

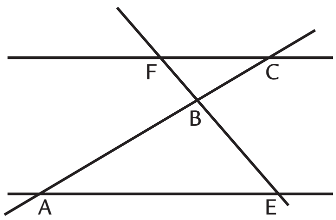
c) Calculer la longueur NS.

d) On considère le point E du segment [PB] tel que PE = 3,4 cm et le point C du segment [PM] tel que PC = 3 cm.
Les droites (CE) et (MB) sont-elles parallèles ?

D'après *brevet Nancy-Metz, Besançon, Dijon, Grenoble, Lyon, Reims, Strasbourg, juin 2006.*

67

La figure suivante n'est pas à reproduire.
Elle n'est pas conforme aux mesures données.



On donne :
AB = 18 cm ; BC = 12 cm ;
BE = 7,5 cm ; BF = 5 cm ;
AE = 19,5 cm.
Les droites (FC) et (AE) sont parallèles.

a) Calculer FC.

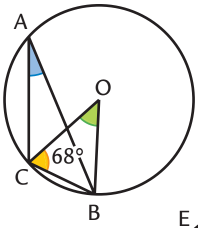
b) Montrer que ABE est un triangle rectangle.

c) Calculer la tangente de l'angle $\widehat{BAE}$.

d) En déduire la valeur arrondie au degré de l'angle $\widehat{BAE}$.

D'après *brevet Antilles Guyane, septembre 2005.*

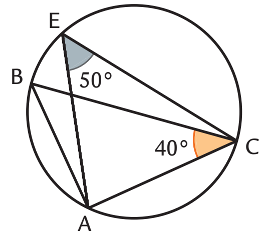
68 Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{CAB}$.



O centre du cercle

69

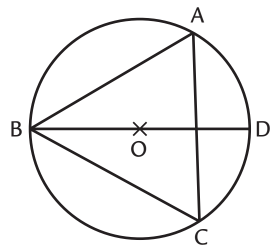
Démontrer que le triangle ABC est un triangle rectangle en utilisant les informations fournies.



D'après *brevet Nancy Metz, Besançon, Dijon, Lyon, Reims, Grenoble, Strasbourg, juin 2005.*

70

Sur la figure ci-contre :
- ABC est un triangle équilatéral ;
- le point O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC ;
- le point D est le point diamétralement opposé au point B sur ce cercle.



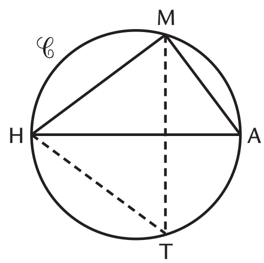
a) Quelle est la nature du triangle ABD ? Justifier.

b) Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{ABD}$? Justifier.

D'après *brevet France métropolitaine, juin 2007.*

71

Sur la figure suivante les mesures ne sont pas respectées.
On considère un cercle $\mathscr{C}$ de diamètre HA = 9 cm. Soit M un point du cercle $\mathscr{C}$ tel que MA = 5,3 cm et T un autre point du cercle $\mathscr{C}$



a) Justifier que MAH est un triangle rectangle.

b) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{MHA}$, arrondie à l'unité.

c) Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{HTM}$ (arrondie à l'unité).

D'après *brevet, Antilles Guyane, juin 2006.*

72 Sachant que $\sin x = \sqrt{\dfrac{3}{4}}$, en déduire $\cos x$.

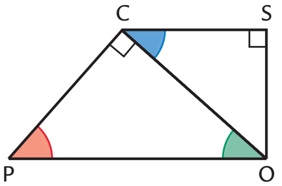
73 Sachant que $\cos x = \sqrt{\dfrac{8}{9}}$, en déduire $\sin x$.

Je fais le point sur le chapitre

Est-ce que je sais…

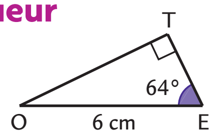
Écrire les formules

74 En utilisant les lettres de la figure ci-contre, écrire $\cos \widehat{COP}$, $\tan \widehat{SCO}$, $\sin \widehat{CPO}$.



Utiliser la trigonométrie pour calculer une longueur

75 Calculer l'arrondi à 0,1 cm près de TO.

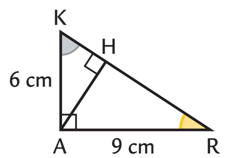


76 Soit un triangle ABC rectangle en A tel que AC = 12 cm et $\widehat{B} = 25°$.
Calculer la troncature à 0,1 cm près de AB.

Utiliser la trigonométrie pour calculer un angle

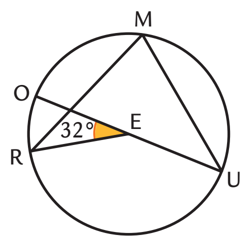
77 Tracer un triangle FAT rectangle en F, tel que AF = 39 mm et AT = 89 mm. Calculer l'arrondi au degré près de l'angle $\widehat{T}$.

78 Calculer l'arrondi au degré près de l'angle $\widehat{K}$.



Utiliser les propriétés des angles inscrits et des angles au centre

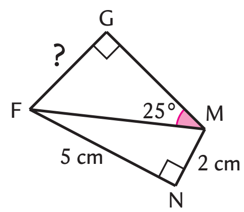
79 Calculer la mesure de l'angle $\widehat{RMU}$.



O, E et U sont alignés
E centre du cercle

Résoudre des problèmes

80 En utilisant les informations portées sur la figure ci-contre, calculer la troncature à 0,1 cm près de GF.



81

a) Construire un triangle ABC tel que BC = 7 cm, $\widehat{BCA} = 37°$ et $\widehat{CBA} = 53°$.

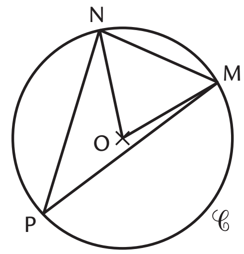
b) Prouver que ce triangle est un triangle rectangle.

c) Calculer la longueur CA puis en donner la valeur arrondie au mm.

D'après *brevet Paris, Amiens, Créteil, Lille, Rouen, Versailles, juin 2005.*

82

Dans tout l'exercice, l'unité de longueur est le centimètre.
On considère la figure ci-contre.
Ses dimensions ne sont pas respectées, et on ne demande pas de la reproduire.



M, N et P sont trois points d'un cercle 𝒞 de centre O.
On donne : OM = 3 cm ; $\widehat{MON} = 70°$.

a) Démontrer que le triangle OMN est isocèle, préciser le sommet principal.

b) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{OMN}$.

c) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{MPN}$.

D'après *brevet Paris, Amiens, Créteil, Lille, Rouen, Versailles, Septembre 2006.*

83 Tracer un triangle FIN rectangle en I tel que FI = 28 mm et NI = 45 mm. SOCLE
Construire les points R, A et C tels que FRAC est un carré de centre I.

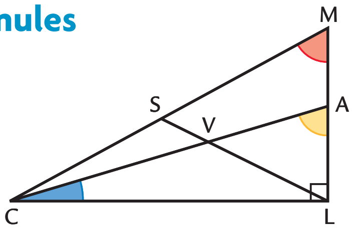
Je m'évalue :
(voir correction p. 272)

Si je n'ai pas réussi les exercices :	Je m'entraîne pour le contrôle avec les exercices :
74 →	84 p. 220
75 →	85 p. 220 et Méthode p. 210
76 →	86 p. 220
77 →	87 p. 220 et Méthode p. 211
78 →	88 p. 220
79 →	89 p. 220
80 →	90 p. 220
81 →	91 p. 220
82 →	92 et 93 p. 220
83 →	94 p. 220

Je m'entraîne pour le contrôle

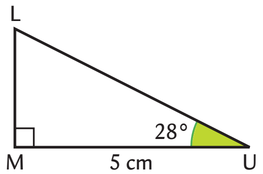
Écrire les formules

84 En utilisant les lettres de la figure ci-contre, écrire $\cos \widehat{ACL}$, $\sin \widehat{CML}$, $\tan \widehat{CAL}$.



Utiliser la trigonométrie pour calculer une longueur

85 Calculer l'arrondi à 0,1 cm près de LM.

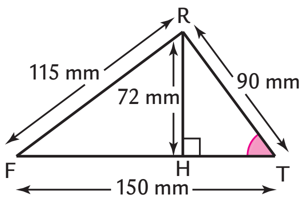


86 Soit un triangle LUX rectangle en U tel que LU = 6 cm et $\widehat{X} = 27°$.
Calculer l'arrondi à 0,1 cm près de LX.

Utiliser la trigonométrie pour calculer un angle

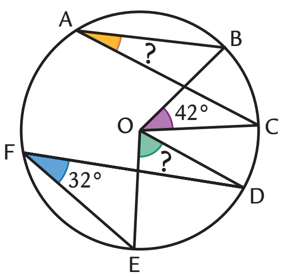
87 Tracer un triangle CPA rectangle en C tel que CA = 8 cm et CP = 5 cm.
Calculer l'arrondi au degré près de l'angle $\widehat{CPA}$.

88 En utilisant les informations portées sur la figure ci-contre, calculer l'arrondi au degré près de l'angle $\widehat{RTF}$.



Utiliser les propriétés des angles inscrits et des angles au centre

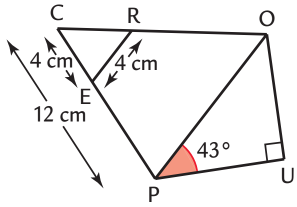
89 Calculer la mesure des angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{EOD}$.



O est le centre du cercle

Résoudre des problèmes

90 Déterminer l'arrondi à 0,1 cm près de PU.



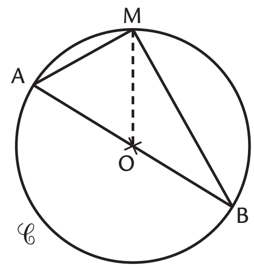
(ER) // (PO)

91 **a)** Tracer un triangle ACE tel que CE = 73 mm, AC = 48 mm, AE = 55 mm.

b) Démontrer que le triangle ACE est rectangle.

c) Déterminer l'arrondi au degré près de l'angle $\widehat{AEC}$.

92



La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur.
Il n'est pas demandé de la reproduire.
𝒞 est un cercle de centre O et de diamètre [AB] tel que AB = 6 cm.
M est un point du cercle tel que BM = 4,8 cm.

a) Démontrer que le triangle ABM est rectangle en M.

b) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABM}$, arrondie au degré.

c) En déduire la mesure de l'angle $\widehat{AOM}$, arrondie au degré.

D'après *brevet, Amérique du nord, juin 2007.*

93

a) Construire un cercle 𝒞 de diamètre [EF] tel que EF = 6 cm. Placer un point G sur le cercle tel que la corde [EG] mesure 4,8 cm.

b) Montrer que le triangle EFG est un triangle rectangle.

c) Calculer la distance FG au mm près.

d) Calculer la valeur arrondie au degré de la mesure de l'angle $\widehat{EFG}$.

e) (1) Placer le point K sur la demi-droite [EG) tel que EK = 8 cm.
Tracer la demi-droite passant par K et parallèle à (EF). Elle coupe la droite (FG) en un point L.
(2) Calculer la distance LK.

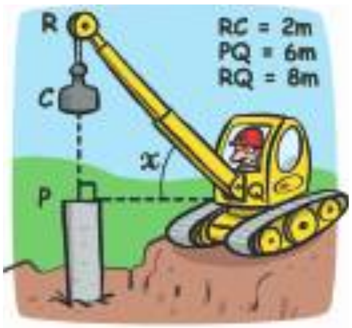
D'après *brevet, Guadeloupe, Guyane, Martinique, juin 2007.*

94 Tracer un triangle ITE rectangle en I tel que IT = 32 mm et TE = 68 mm.
Construire les points O et P tels que TOP est un triangle équilatéral de centre I.

Exercices d'approfondissement

Résoudre des problèmes

95 Pour enfoncer des pieux, on laisse tomber dessus une masse que l'on aura hissée à une certaine hauteur.

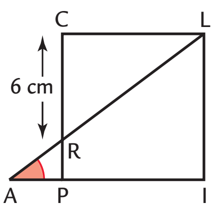


a) Calculer l'arrondi de x à 10^{-1} degré près pour que la masse tombe sur le pieu.

b) À quelle hauteur se trouve-t-elle alors au-dessus du pieu ?

96 Un grimpeur est accroché à la paroi à l'aide d'un piton situé au point C. Calculer la troncature à 10^{-2} mètre près de la distance entre les pitons situés aux points C et D sachant que $\widehat{BAD} = 60°$, $\widehat{BAC} = 30°$, $\widehat{ABD} = 90°$ et AB = 8 m.

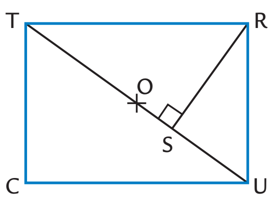
97 CLIP est un carré de côté 8 cm. Calculer l'arrondi à 10^{-1} degré près de l'angle $\widehat{LAI}$.



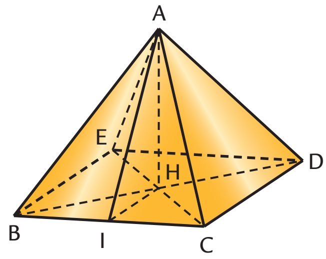
98 TRUC est un rectangle de périmètre 28 cm et de longueur 8 cm.
O est l'intersection de ses diagonales.

a) Calculer l'arrondi de RS à 10^{-2} cm près.

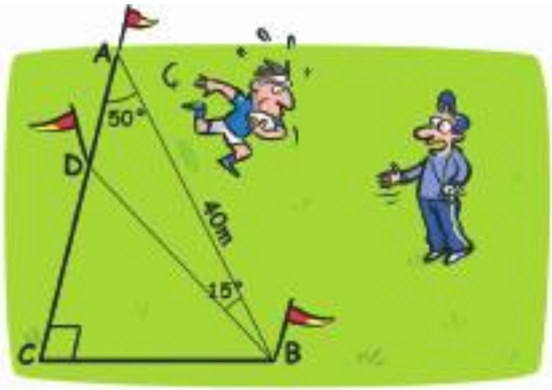
b) Calculer l'arrondi de OS à 10^{-2} cm près.



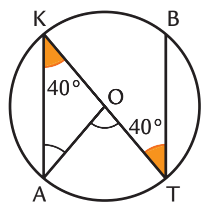
99 La pyramide ci-contre a une base BCDE de forme carrée de côté 230 m et une hauteur AH de 147 m. I est le milieu de [BC].
Calculer l'arrondi au degré près des angles $\widehat{ABH}$ et $\widehat{AIH}$.



100 L'entraîneur a placé trois fanions aux points A, B et D. Les joueurs doivent faire le tour du triangle ABD.
Quelle distance parcourent-ils à chaque tour ? Donner l'arrondi du résultat au mètre près.



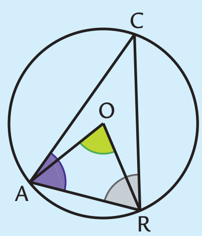
101 Démontrer que les points A, O et B sont alignés.



O centre du cercle
K, O, T alignés.

102 CALCUL LITTÉRAL

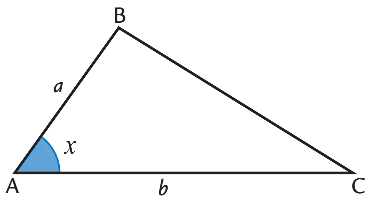
Calculer la mesure des angles $\widehat{ACR}$ et $\widehat{AOR}$ sur figure suivante. *Les mesures des angles sont toutes exprimées en degré.*



$\widehat{AOR} = 2x + 18$
$\widehat{CAR} = 2x$
$\widehat{ARC} = 2x + 11$

O est le centre du cercle

103 Sur la figure suivante a et b sont les mesures, exprimées dans la même unité, des longueurs AB et AC et x est la mesure en degré de l'angle aigu $\hat{A}$.



a) Trouver une formule donnant l'aire du triangle ABC en fonction de a, b et x.

b) Tracer un triangle ABC tel que AB = 4 cm, AC = 5 cm et $\widehat{BAC} = 40°$.

c) Calculer l'arrondi à 0,1 cm^2 près de l'aire de ce triangle en utilisant la formule trouvée en **a)**.

d) Contrôler la vraisemblance du résultat trouvé en prenant les mesures nécessaires sur la figure.

104 **a)** Tracer un cercle de centre O et de rayon 5 cm.
Tracer un rayon [OA].
Construire les points B, C, D, E sur le cercle tels que ABCDE soit un pentagone régulier.

b) Tracer la hauteur issue de O du triangle OAB. Elle coupe [AB] en H.
Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{AOH}$?
En déduire l'arrondi au mm près de OH.

c) Calculer l'aire du pentagone.

d) Stéphane a trouvé sur internet la formule suivante qui permet de calculer l'aire d'un pentagone régulier inscrit dans un cercle de rayon R :

$$\mathcal{A} = \frac{5R^2\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{8}$$

Utiliser la formule pour calculer l'aire du pentagone ABCD. Comparer avec le résultat du **c)**.

105 Soit x la mesure d'un angle aigu d'un triangle rectangle. Démontrer que :

$$(\sin x + \cos x)^2 - 2 \sin x \cos x = 1$$

106 AVEC UN TABLEUR B2i

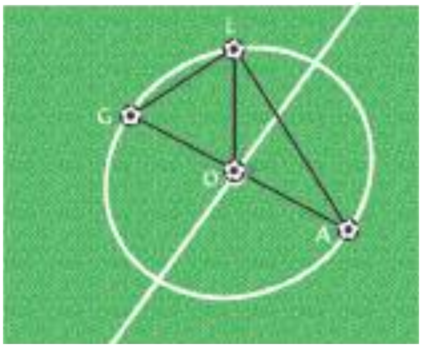
a) Faire afficher sur un tableur les valeurs de sin x pour toutes les valeurs entières de x de 1 à 90.

b) Faire tracer la courbe obtenue en mettant x en abscisse et sin x en ordonnée

c) Le cosinus est-il proportionnel à l'angle ?

Problèmes de synthèse

107 Voici le rond central d'un terrain de foot.
Des ballons sont situés en G, O, A et L. O est le centre du cercle, GA = 18,3 m. G, O et A sont alignés.



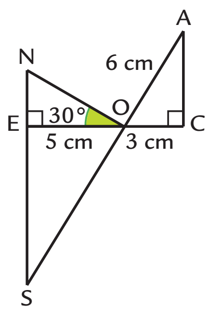
a) Sachant que $\widehat{LGO} = 70°$ en déduire la mesure de l'angle $\widehat{LOA}$.

b) Démontrer que le triangle GLA est rectangle.

c) Pour s'échauffer Sylvain fait le tour du triangle GLO et Florent celui du triangle LOA.
Quelle distance parcourt chacun des deux joueurs à chaque tour ?

108

On sait que :
- EO = 5 cm, OC = 3 cm et OA = 6 cm.
- Les points E, O et C sont alignés.
- Les triangles ENO et OCA sont rectangles respectivement en E et en C.
- La droite (AO) coupe la droite (NE) en S.



a) Montrer que, en cm, la mesure de [AC] est $3\sqrt{3}$.

b) (1) Montrer que les droites (NS) et (AC) sont parallèles.
(2) Calculer les valeurs exactes de OS et de ES.

c) Calculer ON sachant que $\widehat{NOE} = 30°$.
Arrondir au mm.

d) (1) Calculer l'angle $\widehat{COA}$.
(2) Démontrer que le triangle SON est rectangle.

D'après *brevet Amérique du Nord, juin 2006.*