

## EXERCICES SUR LES TRANSLATIONS

### EXERCICE N°1

Soit A, B, C trois points non alignés .

- 1) Construire les points M, N et P définis par  $M=t_{BC}(A)$  ;  $N=t_{CA}(B)$  et  $P=t_{AB}(C)$ .
- 2) Montrer que :  $CM=BA$  ;  $AN=CB$  et  $BP=AC$

### EXERCICE N°2

Soit un parallélogramme ABCD et un vecteur u

- 1) Construire les points A', B', C', D' tels que :  
 $A'=t_u(A)$  ,  $B'=t_u(B)$  ,  $C'=t_u(C)$  et  $D'=t_u(D)$
- 2) Quelle est la nature du quadrilatère A'B'C'D' ?

### EXERCICE N°3

Soit un triangle ABC

- 1) Construire les points A', B', C' tels que :  $A'=t_{BC}(A)$  ,  $B'=t_{CA}(B)$  ,  $C'=t_{AB}(C)$
- 2) Montrer que :  $A'=t_{BA}(C)$  ,  $B'=t_{CB}(A)$   $C'=t_{AC}(B)$

### EXERCICE N°4

Soit deux points fixés A et B et un point M quelconque du plan

- 1) Construire les points M1 et M' tel que :

$$AM = \frac{3}{2}AM1 \quad \text{et} \quad BM' = \frac{2}{3}BM1$$

- 2) Montrer que le vecteur MM' ne dépend pas de la position du point M dans le plan. En déduire que M' est l'image de M par une translation dont on déterminera le vecteur.

### EXERCICE N°5

Soit A, B et C trois points du plan et f l'application qui ,à tout point M du plan, associe le point M' tel que:

$$MM' = MA + 2MB - 3MC$$

- 1) Montrer que f est une translation dont on déterminera le vecteur

2) Refaire le même travail avec

$$MA - M'B + \frac{1}{2} MM' = 0$$

### EXERCICE N°6

Soit ABCD un pme et M un point quelconque

Soient les points E, F et G tels que  $AE = 2AM$  ;  $CF = 2CM$  et  $DG = 2DM$

Démontrer que le triangle EFG est l'image du triangle ABC par une translation dont on précisera le vecteur

### EXERCICE N°7

Soit A, B, C, D quatre points d'une droite  $\mathbf{D}$  tels que  $AB = CD$  et soit O un point du plan n'appartenant pas à  $\mathbf{D}$ . La parallèle à (OA) menée de C et la parallèle à (OB) menée de D se coupent en O'

1) Quelle est l'image par t de chacun des points A, B et O ?

2) On trace une droite  $\mathbf{D}$  parallèle à  $\mathbf{D}$  qui coupe (OA), (OB), (OC) et (OD) resp. en M, N, G et H

Montrer que  $MN = GH$

### EXERCICE N°8

$\mathbf{C}$  et  $\mathbf{C}'$  sont deux cercles sécants en A et B, de même rayon r et de centres respectifs O et O'. La droite  $\mathbf{D}$  parallèle à (OO') et passant par A recoupe  $\mathbf{C}'$  en A'

1) Déterminer les images de  $\mathbf{D}$  et  $\mathbf{C}$  par la translation  $t_{OO'}$  puis montrer que AA'OO' est un pme

2) La parallèle à (AB) menée de A' et la parallèle à (OB) menée de O' se coupent en B'

Montrer que  $BB' = OO'$ . En déduire que B' est un point de  $\mathbf{C}'$

### EXERCICE N°9

Soit un triangle ABC inscrit dans un cercle  $\mathbf{C}$  de centre O et le milieu de [BC]. On désigne par H l'orthocentre du triangle ABC et par D diamétralement opposé à A

1) Quelle est la nature du quadrilatère BHCD ?

2) Montrer que  $AH = 2OI$

3) On suppose que B et C sont fixes et que A décrit le cercle  $\mathbf{C}$ . Quel est l'ensemble des points H ?

### EXERCICE N°10

Soient deux cercles  $\mathbf{C}$  et  $\mathbf{C}'$  sécants en A et B, de même rayon et de centres O et O'

1) Soit A' l'image de A par  $t_{OO'}$ . Montrer que les points B, O' et A' sont alignés

2) La droite  $D$  passant par  $A'$  et parallèle à  $(AB)$  recoupe  $(C')$  en  $B'$

Montrer que  $B' = t(B)$

3) Une droite  $D$  passant par  $A$  et distincte de  $(AO)$  recoupe  $(C)$  en  $E$  et  $(C')$  en  $C'$  la droite

$(AO)$  recoupe  $(C)$  en  $E$ . Montrer que  $B'$  est l'image de  $E$  par  $t_{2O}$

4) Montrer que  $(B'C') = t_{2O}((EC))$

### EXERCICE N°11

Soit un parallélogramme  $ABCD$  où  $A$  et  $B$  sont fixes. Quel est l'ensemble des points  $D$  lorsque

1)  $C$  décrit une droite fixe  $D$

2)  $C$  décrit un cercle fixe  $C(O, R)$

### EXERCICE N°12

On considère un trapèze  $ABCD$  de bases  $[AB]$  et  $[CD]$  tel que :

$$AD = 2AB \quad \text{et} \quad DC = 3AB$$

On suppose que les sommets  $A$  et  $B$  sont fixes et  $C$  et  $D$  sont mobiles

1) Quel est l'ensemble des points  $D$  ?

2) Quel est l'ensemble des points  $C$  ?

### EXERCICE N°13

Soit deux droites sécantes  $D$  et  $D'$  et un vecteur  $u$ .

Construire un point  $M$  de  $D$  et un point  $N$  de  $D'$  tels que  $MN = u$

### EXERCICE N°14

Soit un trapèze  $ABCD$  de bases  $[AD]$  et  $[BC]$  et dont les diagonales  $[AC]$  et  $[BD]$  se coupent en  $O$ . La parallèle à  $(AD)$  passant par  $O$  coupe  $(AB)$  en  $E$  et  $(CD)$  en  $F$

1) Montrer que  $O$  est le milieu de  $[EF]$ .

2) Les parallèles à  $(AC)$  et  $(BD)$  menées par  $F$  coupent respectivement  $(AD)$  en  $M$  et  $(BC)$  en  $N$ .  
Démontrer l'alignement des points  $O, M$  et  $N$ .

### EXERCICE N°15

Soit un trapèze  $ABCD$  dont les côtés non parallèles sont  $[AD]$  et  $[BC]$

1) Construire les points  $M$  et  $N$  tels que :

$$N = t_{BC}(A) \text{ et } M = t_{AD}(B)$$

2) Montrer que les points C, D, M, N sont alignés.

3) Montrer que les segments [MN] et [CD] ont même milieu.

### EXERCICE N°16

On considère un triangle isocèle ABC de sommet A.

Soit I le point défini par  $BI = \frac{1}{3}BA$  et J le point défini par  $CJ = 3CI$  On suppose que B et C sont fixes et A est variable

- 1) Quel est l'ensemble des points A
- 2) Montrer que  $AJ = 2CB$
- 3) Déterminer et construire l'ensemble des points J lorsque A varie

### EXERCICE N°17

Soit un triangle ABC rectangle en C tel que A et B sont fixes et C variable. Soit M un point du plan P tel que ABCM soit un parallélogramme. Déterminer et construire l'ensemble des points M.

### EXERCICE N°18

Soit un cercle (C) de centre O et une corde [IB] de ce cercle tel que [IB] n'est pas un diamètre

La droite (IO) recoupe (C) en A. Soit M un point variable de (C) et H l'orthocentre du triangle IMB.

- 1) Montrer que le quadrilatère AMHB est un parallélogramme

Les points I et B sont fixes, sur quelles ligne fixe se déplace le point H lorsque M varie sur (C)

### EXERCICE N°19

Soit un triangle ABC et son orthocentre H

- 1) Construire les points B' et C' images respectives de B et C par la translation de vecteur AH
- 2) Montrer que BCC'B' est un rectangle
- 3) Construire  $\Delta = t_{AH}(BH)$  et  $\Delta' = t_{AH}(CH)$
- 4) montrer que  $\Delta$  et  $\Delta'$  sont sécantes en un point H' et que  $H = A * H'$
- 5) soient (C) et (C') les cercles de diamètres respectifs [BC] et [B'C']. La droite (CH) coupe (C) en C et E et la droite (C'H') coupe (C') en C' et E' Montrer que  $t_{AH}(E) = E'$