EXERCICES SUR LES HOMOTHETIES

EXERCICE N°1

Soit un trapèze ABCD de bases [AB] et [CD] telles que AB=2 et CD=5

Déterminer le centre et le rapport des homothéties suivantes:

1- h qui transforme A en D et B en C.

2- h' qui transforme A en C et B en D.

EXERCICE N°2

Soit un parallélogramme ABCD .Par un point O de la droite (AC) distinct de A et de C ,on trace une droite Δ qui coupe les droites (AD),(BC),(AB) et (DC) respectivement en E,F,G et H.

Soit h l'homothétie de centre O qui transforme A en C.

Quelles sont les images par h des points A et G ?

EXERCICE N°3

Soient deux points distincts A et B et l'application f du plan dans lui-même qui à tout point M associe le point M' tel que :

$$2\,\overrightarrow{MM'} - 3\,\overrightarrow{MA} + 4\,\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{0}.$$

Montrer que f est une homothétie et préciser le centre et le rapport.

EXERCICE N°4

A et B ,tant trois points non alignés ,on considère l'application

f :P$\rightarrow$ P M $\rightarrow$ M' tel que $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$

1- Montrer que f admet un seul point invariant G que l'on précisera.

2- Montrer que f est une homothétie que l'on caractérisera.

EXERCICE N°5

Soient un triangle ABC et un point I du segment [AC] distinct de A et de C. On d,signe par A',B' et C' les images respectives de A, B et C par l'homothétie de centre I et de rapport 3.

1- Montrer que les triangles ABC et A'B'C' sont semblables.

2- On pose (BC) (A'B')={E} et (AB) (B'C')={F}.

Montrer que BEB'F est un parallélogramme.

EXERCICE N°6

Soient un parallélogramme ABCD de centre I et h l'homothétie de centre A et de rapport 3/2.On pose B'=h(B) et D'=h(D).

1- Montrer que les droites (BD) et (B'D') sont parallèles.

2- La droite (AC) coupe (B'D') en K. Montrer que le point K est le milieu du segment [B'D'].

3- La droite (B'D') coupe les droites (BC) et (DC) respectivement en E et F .Comparer les

vecteurs B'F et ED';en déduire que le point K est le milieu du segment [EF].

EXERCICE N°7

On considère un cercle C de centre O et de rayon R et un point A extérieur au cercle C tel que OA<2R. On appelle C' le cercle de centre O' milieu du segment [AO] et de rayon R'=1/2 R

1- On pose C C'={E,F} ; la droite (AE) recoupe C en H

Montrer que E est le milieu de [AH].

2- Soit (D) une tangente au cercle C issue de A.Montrer que la droite (D) est tangente au cercle C'.

EXERCICE N°8

Soient A un point du plan P et les applications f et g d,finies par :

f(M)=M' tel que M'est le barycentre de (A,3) et (M,1)

g(M)=M'' tel que M'' est le barycentre de (A,-2) et (M,5)

Montrer que f et g sont deux homothéties que l'on caractérisera.

EXERCICE N°9

Soient deux points O et O' tels que OO'=4, le point A barycentre de (O,3) et (O',1) et les cercles C(O,1) et C'(O',3).

1- Montrer que C' est l'image de C par h(A,-3)

2- Trouver le centre I de l'homoth,tie h' de rapport 3 tel que h(C)=C'

3- Une droite variable passant par I coupe C en M et N ; la droite (AM) recoupe C' en M' et la

droite (AN) recoupe C' en N' . Sur quelle ligne fixe se déplace le milieu K de [M'N'] lorsque varie

EXERCICE N°10

A - 1) Tracer la droite d'équation y=x

2) En Déduire la représentation graphique de la fonction définie sur IR par f(x)=|x|

B - Soient A(-1,1) et B(2,2)

1) Représenter les points A' et B' définis par $A'=h_{(O,3/2)}(A)$ et B' est le barycentre des points pondérés (O,-1) et (B,3)

2) Montrer que (AB)//(A'B')

3) Déterminer les homothéties qui transforment [AB] en [A'B']

4) Existe-t-il des translations qui transforment [AB] en [A'B']

5) Existe-t-il des translations qui transforment (AB) en (A'B') ?

EXERCICE N°11

On considère un segment [AB] de longueur 6 cm , le point C de [AB] tel que AC= 4 et les cercles (C) de diamètre [AB] et (C') de diamètre [AC] . On trace par A une droite variable Δ , distincte de (AB) , qui coupe (C)en B' et (C')en C'

1) Montrer que (BB')//(CC')

2) Soit h l'homothétie de centre A et telle que h(B)=C ; quel est le rapport de h ? quelle est l'image de B' par h ?

3) Soit I le point d'intersection des droites (BC') et (CB') ; h' l'homothétie de centre I et telle que h'(B)=C' .Quelle est l'image de B' par h' ? quel est le rapport de h' ?

$$\vec{CI}=\frac{2}{5}\vec{CB'}.$$

Montrer que

4) Déterminer et construire l'ensemble des points I lorsque Δ varie

5) Soit I’ le barycentre de (B,3) et (B’,2) . montrer que (I I’)//(AB) t que l’ensemble des points I’ se déduit de celui des points I par une translation dont on précisera le vecteur .

EXERCICE N°12

ABC est un triangle isocèle de sommet principal C inscrit dans un cercle (C) de centre O avec D comme point diamétralement opposé à A sur (C). C’ est le milieu de [AB]. On pose {A’}=(BD)$\cap$(AC) et h l’homothétie de centre A et de rapport 2

1) déterminer h(C’) et h(O)

2) quelle est l’image de la droite (AC) par h ?

3) montrer que C =A*A’

4) la tangente T à (C) en C coupe (BD) en H et (AH) coupe (CC’) en Q

   a) Montrer que h(Q)=H

   b) Montrer que H =B*A’

5) On pose t la translation de vecteur CC’

a) Déterminer (hot)(O)

b) Montrer que BH=2QC (vec)

c) On pose {w} =(CH)$\cap$(BQ) . Montrer que H=$h_{(w,2)}$(C) et B=$h_{(w,2)}$(Q)