SERIE(1) VECTEURS et TRANSLATIONS

Guessmi.B

Exercice1

ABEC est un quadrilatère

1)construire les points I,J et K tels que $\overrightarrow{EI} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{BC}$ (1) ; $\overrightarrow{EJ} = \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{CA}$ (2) $et\ \overrightarrow{EK} = \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{AB}$ (3)

2)montrer que $\overrightarrow{EI} + \overrightarrow{EJ} + \overrightarrow{EK} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EC}$

3)montrer que

a) A est le milieu de [IJ]

b)B est le milieu de [JK]

c) C est le milieu de [IK]

EXERCICE2

ABC est un triangle et E un point de [AB]

1)construire les points F et D tels que $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BE}\ \ et\ \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CA}$

2)a) montrer que $\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{CA}$

b)$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CF}$

c) en déduire que [EA] et [BF] ont le même milieu I

3)montrer que $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DF} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EB} = \vec{0}$

4)déterminer le point K tel que $\overrightarrow{CK} = \overrightarrow{KA} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{EF}$ (montrer que K=I)

EXERCICE3

ADCE est un parallélogramme centre I

1)déterminer a) $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AD}$

b) $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AE}$

c) $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CD}$

2)a)construire le point B tel que $\overrightarrow{EB} = \overrightarrow{DC}$

b) montrer que E est le milieu de [AB]

3)soit F le milieu de [BC] les droites (AF) et (CE) se coupent en G montrer que

Les points B ;G et I sont alignes

4) soit L le point tel que $\overrightarrow{IG} = \overrightarrow{LI}$

a)montrer que L∈ (AD)

EXERCICE4

A ;B et C sont trois points non alignes

1)construire a) A' image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$

b) B' // de B // // // de vecteur $\overrightarrow{CA}$

c) C' // de C // // // // // $\overrightarrow{AB}$

2)monter que a) $\overrightarrow{CA'} = \overrightarrow{BA}$

b) $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{CB}$

c) $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{AC}$

EXERCICE5

Soit un triangle ABC et M le milieu de [AB]

1)construire le point N image de M par la translation de vecteur $\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

2)montrer que N est le milieu de [AC]

EXERCICE6

Soit D et D' deux droites telles que D//D' et M un point quelconque du plan

1)construire les points M_1 et M'tels que $M_1=S_{D1}(M)$ et $M'=S_{D2}(M_1)$

2) montrer que M' est l'image de M par une translation que l'on déterminera

Correction série(1) vecteur +translation

EXERCICE1

On a $\overrightarrow{EI} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{BC}$ cela signifie que $\overrightarrow{EI} - \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{BC}$ donc $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EI} = \overrightarrow{BC}$

On utilise alors la relation de Chasle donc $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{BC}$ equivaut à dire que

I est l'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$

Cela signifie aussi que BCIA est un parallelogramme et donc on construit le point I

De la même façon $\overrightarrow{BJ} = \overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{CK} = \overrightarrow{AB}$

2)on a $\overrightarrow{EI} + \overrightarrow{EJ} + \overrightarrow{EK} = \left(\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EC}\right) + (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB})$ la relation de Chasles donne

$= \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EC}$

3)on a :$\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EI} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EJ}$ (relation de Chasles avec le point E

$= \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{CA}$ vu les relations (1) et (2)

$=(\left(\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BC}\right) + (\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AE})$ (relation de Chasles)

$= \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CE}$

$=\overrightarrow{0}$ (relation de Chasle)

Donc A est le milieu de [IJ]

De la même façon on montre que B le milieu de [JK] et C le milieu de [IK]

EXERCICE2

1)$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BE}$ $d'ou\ \ BEFA\ \ est$ un parallelogramme

On a : $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CE}$ relation du parallélogramme donc CEDA est un parallélogramme

2)a) $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CA}$ $signifie\ que \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA}$ puis la relation de

Chasles donne alors $\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{CA}$

b)on a :$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CF}$ (relation de Chasles)

c)on a $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CF}$ $signifie\ que\ BDFC\ est\ un\ parallelogramme$ donc [DC] et [BF] ont

le même milieu

de la même façon puisque $\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{CA}$ donc [CD] et [AE] ont le même milieu alors [AE] et [BF] ont le même milieu I

3) on a : $\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DF}$ $donc$ $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{ED} = \vec{0} alors$ $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{ED} = \vec{0}$

Et que $\overrightarrow{DF} - \overrightarrow{BC} = \vec{0}$ donc $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DF} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{ED} = \vec{0}$

4)on a $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AF}$ $(relation\ de\ Chasle)$

=$\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{BA}$

Alors $\overrightarrow{CK} = \overrightarrow{KA} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{KD}$

Cela signifie que K est le milieu de [CD]

Or [CD] et [AE] on le même milieu I donc K=I

EXERCICE3

1)a) on a : $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{AC}$ (ADCE est un parallélogramme)

b)$\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{AD}$

c)$\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CE}$=$\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{DA}$

2)a) $\overrightarrow{EB} = \overrightarrow{DC}$ $donc\ B\ est\ l'imagede\ E\ par\ la\ translation\ de\ vecteur$ $\overrightarrow{DC}$

b)$\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$ donc E est le milieu de [AB]

3)dans le triangle ACB on a : E milieu de [AB] donc (CE) médiane

F milieu de [BC] donc (AF) médiane

Mais (EC) et (AF) se coupent en G donc la troisième médiane (BI) car

I est le milieu de [AC] passe par le même point G

Alors B,G et I sont alignes

4) on $\overrightarrow{IG} = \overrightarrow{LI}$ $donc$ I est le milieu de [LG]

On a dans le triangle AEC : I milieu de [AC] et (IL)//((AE) donc Lϵ(AD)

EXERCICE4

On a : A' est l'image de A par la translation de vecteur$\overrightarrow{BC}$

Signifie que $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BC}\ \ equivaut\ \overrightarrow{CA'} = \overrightarrow{BA}$

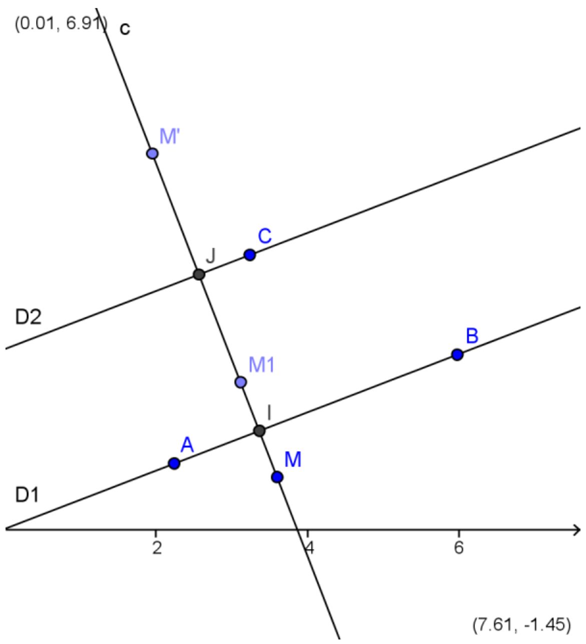
b) et c)de la meme manière comme a)

EXERCICE5

On a : N est l'image M par la translation de vecteur $\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ signifie que $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

Donc (MN)//(BC) et puisque M est le milieu de [AB] alors N est le milieu de [AC]

EXERCICE6



I est le milieu de [MM_1] donc $\overrightarrow{MM_1} = 2\overrightarrow{MI}$

J milieu de [M_1M'] donc $\overrightarrow{M_1M'} = 2\overrightarrow{M_1J}$

Alors $\overrightarrow{MM'} = 2\overrightarrow{IJ}$ donc M' est l'image de M par la translation de vecteur $2\overrightarrow{IJ}$

Avec I et J sont les projetés orthogonaux de M sur D_1 et D_2