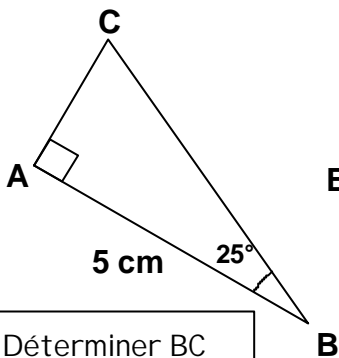
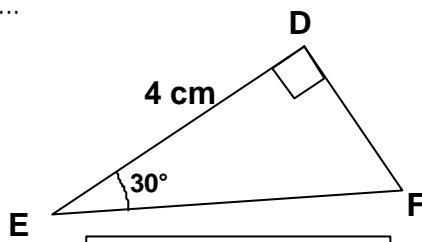


Trigonométrie

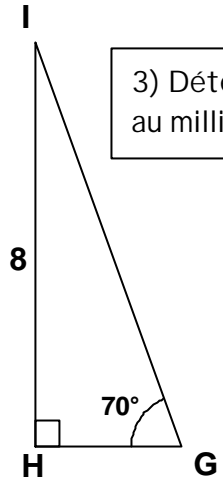
I) Déterminer une longueur...



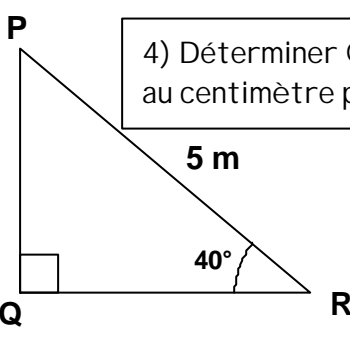
1) Déterminer BC au centième près



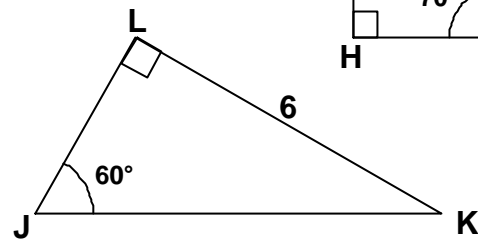
2) Déterminer DF au millimètre près



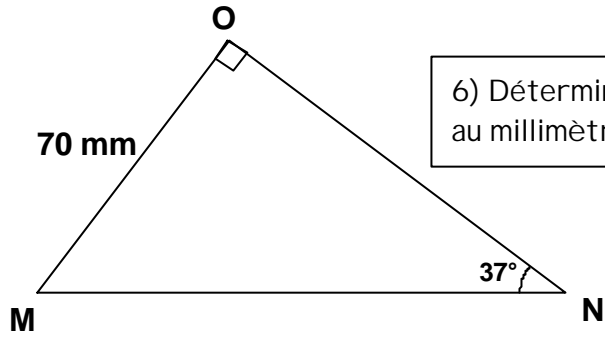
3) Déterminer GI au millièmè près



4) Déterminer QR au centimètre près



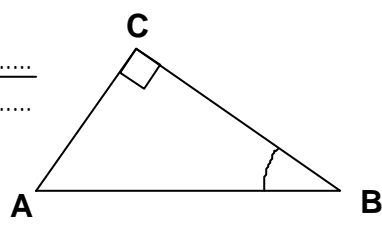
5) Déterminer LJ au dixième près



6) Déterminer MN au millimètre près

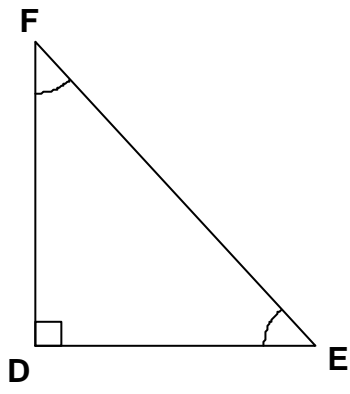
II) Déterminer le cosinus d'un angle...

1) $\cos \widehat{B} = \frac{\dots}{\dots}$



2) $\cos \widehat{F} = \frac{\dots}{\dots}$

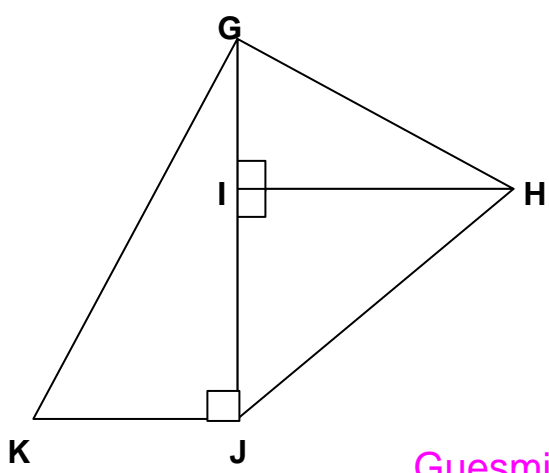
$\cos \widehat{E} = \frac{\dots}{\dots}$



3) $\cos \widehat{IGH} = \frac{\dots}{\dots}$; $\cos \widehat{GHI} = \frac{\dots}{\dots}$;

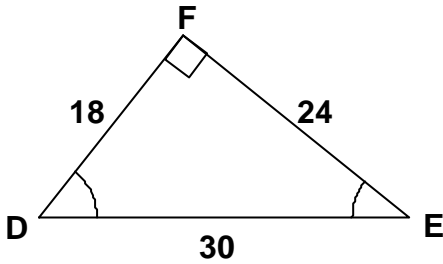
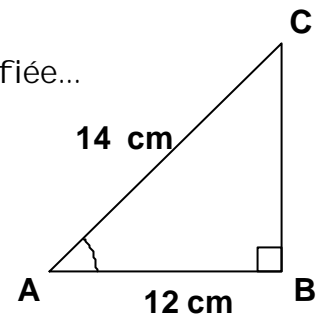
$\cos \widehat{IHJ} = \frac{\dots}{\dots}$; $\cos \widehat{GKJ} = \frac{\dots}{\dots}$;

$\cos \widehat{KGJ} = \frac{\dots}{\dots}$; $\cos \widehat{IJH} = \frac{\dots}{\dots}$;

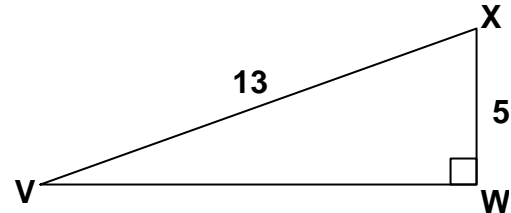


III) Déterminer le cosinus d'un angle sous forme de fraction simplifiée...

Exemple : $\cos \hat{A} = \frac{AB}{AC} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7}$



1) $\cos \hat{D} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$; $\cos \hat{E} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$

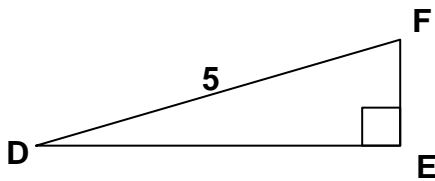
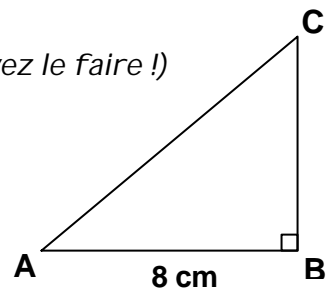


2) $\cos \hat{V} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$; $\cos \hat{X} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$

IV) On connaît le cosinus...

(Attention : il est interdit de calculer des angles, même si vous savez le faire !)

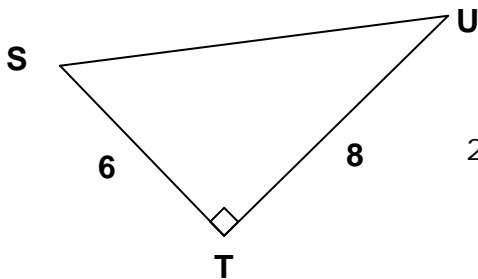
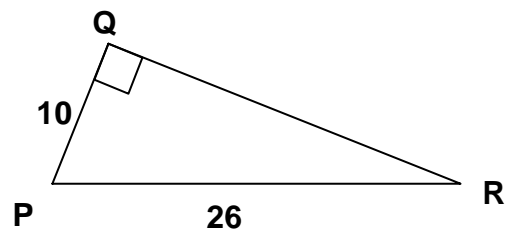
1) On donne $\cos \hat{A} = \frac{10}{13}$. Déterminer AC.



2) On donne $\cos \hat{F} = \frac{7}{25}$. Déterminer FE et ED.

V) Déterminer un angle...

1) Calculer \hat{QPR} à 0,1° près.



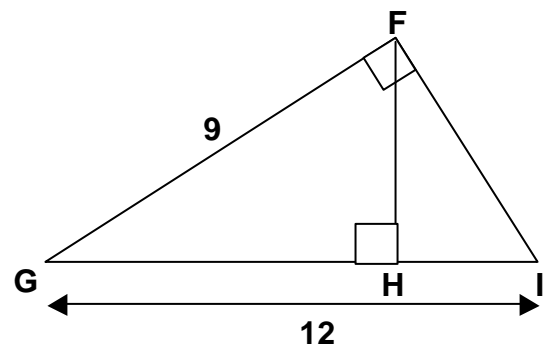
2) Calculer \hat{TSU} et \hat{SUT} à 0,01° près.

VI) Allons plus loin :

Dans le triangle FGI, $\cos \hat{G} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$.

Dans le triangle FGH, $\cos \hat{G} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$.

L'angle \hat{G} est le même dans les deux triangles, donc $\frac{GH}{GI} = \frac{\dots}{\dots}$. Donc $GH = \frac{\dots \times \dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$



Correction :

I) 1) $BC = 5,52 \text{ cm}$; 2) $DF = 2,3 \text{ cm}$; 3) $IG = 8,513$; 4) $QR = 3,83 \text{ m}$;

5) $JL = 3,5$; 6) $MN = 116 \text{ mm}$

II) 1) BC/AB ; 2) DF/FE ; DE/EF ; 3) GI/GH ; IH/GH ; IH/HJ ;

KJ/GK ; GJ/GK ; IJ/JH .

III) 1) $\cos \widehat{D} = \frac{3}{5}$; $\cos \widehat{E} = \frac{4}{5}$; 2) $\cos \widehat{V} = \frac{12}{13}$; $\cos \widehat{X} = \frac{5}{13}$

IV) 1) $AC = 10,4 \text{ cm}$; 2) $FE = 1,4$ et $ED = 4,8$.

V) $\widehat{QPR} = 67,4^\circ$; $\widehat{TSU} = 53,13^\circ$; $\widehat{SUT} = 36,87^\circ$.

VI) $GH = \frac{27}{4} = 6,75$.

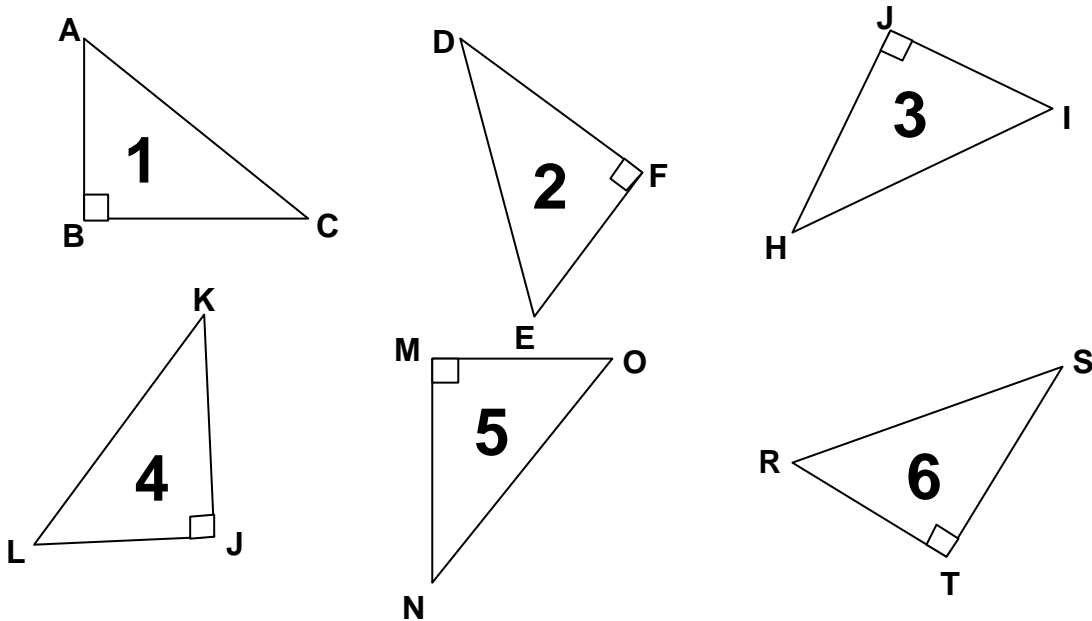
Guesmi.B

Cosinus, Sinus et tangente

Définition : Soit α un des angles aigus d'un triangle rectangle,

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{côté adjacent à } \alpha}{\text{hypoténuse}} ; \sin(\alpha) = \frac{\text{côté opposé à } \alpha}{\text{hypoténuse}} ; \tan(\alpha) = \frac{\text{côté opposé à } \alpha}{\text{côté adjacent à } \alpha}$$

Attention : Dans toute cette feuille, on demande de n'utiliser à aucun moment le théorème de Pythagore, pas plus que la propriété : « La somme des angles d'un triangle vaut 180° ». Tous les exercices doivent être résolus en utilisant une des trois formules ci-dessus. On donnera les distances à 10^{-1} près, et les angles au degré près.



- 1) On donne $BC = 25$ et $\widehat{BAC} = 20^\circ$. Déterminer AB et AC .
- 2) On donne $DE = 50$ et $\widehat{EDF} = 40^\circ$. Déterminer EF et DF .
- 3) On donne $JH = 15$ et $HI = 17$. Déterminer \widehat{JHI} et \widehat{HIJ} (on rappelle qu'il est interdit d'utiliser la propriété : « Dans un triangle, la somme des angles donne 180° »).
- 4) On donne $KL = 34$, $KJ = 30$ et $LJ = 16$. Déterminer en valeur exacte et simplifiée $\tan(\widehat{LKJ})$, $\sin(\widehat{LKJ})$, $\cos(\widehat{LKJ})$, $\tan(\widehat{KLJ})$, $\sin(\widehat{KLJ})$ et $\cos(\widehat{KLJ})$.
- 5) On donne $MO = 80$ et $\tan(\widehat{MON}) = \frac{21}{20}$. Sans calculer l'angle \widehat{MON} , donner la valeur exacte de MN .
- 6) On donne $ST = 180$ et $RS = 183$. Déterminer. Toujours sans utiliser le théorème de Pythagore, déterminer une valeur approchée de RT .

Correction : 1) $AB = 68,7$; $AC = 73,1$; 2) $EF = 32,1$; $DF = 38,3$; 3) $= 28^\circ$; $= 62^\circ$;

$$4) \tan(\widehat{LKJ}) = \frac{8}{15} ; \sin(\widehat{LKJ}) = \frac{8}{17} ; \cos(\widehat{LKJ}) = \frac{15}{17} ; \tan(\widehat{KLJ}) = \frac{15}{8} ; \sin(\widehat{KLJ}) = \frac{15}{17} ; \cos(\widehat{KLJ}) = \frac{8}{17} ;$$

$$5) MN = 84 ; 6) \widehat{SRT} = 80^\circ ; RT = 31,8 .$$

Calcul de longueurs :

Exercice _____ :

ABC est un triangle rectangle en A.

On donne $AB = 5 \text{ cm}$ et $\hat{A}BC = 35^\circ$.

- 1) Construire la figure en vraie grandeur.
- 2) Déterminer la longueur AC, arrondie au dixième de centimètre.

Correction :

- 1) Voir correction animée.
- 2) Dans le triangle ABC rectangle en B on a :

$$\tan \hat{B} = \frac{\text{côté opposé à } \hat{B}}{\text{côté adjacent à } \hat{B}}$$

$$\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$$

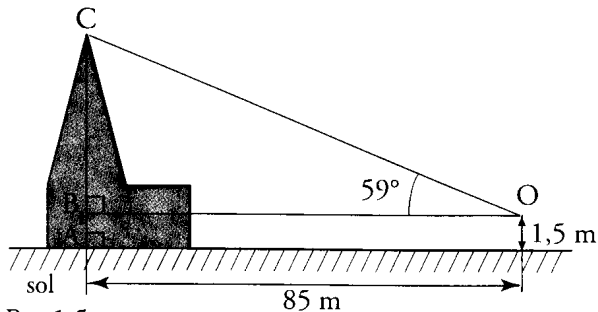
$$\tan 35^\circ = \frac{AC}{5}$$

$$AC = 5 \times \tan 35^\circ$$

$$AC \approx 3,5 \text{ cm}$$

Exercice _____ :

On veut mesurer la hauteur d'une cathédrale. Grâce à un instrument de mesure placé en O, à 1,5 m du sol et à 85 m de la cathédrale, on mesure l'angle $\hat{C}OB$ et on trouve 59° .



$$AB = 1,5 \text{ m}$$

- 1) Déterminer la longueur CB au dixième de mètre le plus proche.
- 2) En déduire la hauteur de la cathédrale que l'on arrondira au mètre le plus proche.

Correction

- 1) Dans le triangle COB rectangle en B

$$\tan \hat{C}OB = \frac{\text{côté opposé à } \hat{C}OB}{\text{côté adjacent à } \hat{C}OB}$$

$$\tan \hat{C}OB = \frac{CB}{BO}$$

$$\tan 59^\circ = \frac{CB}{85}$$

$$CB = 85 \times \tan 59^\circ$$

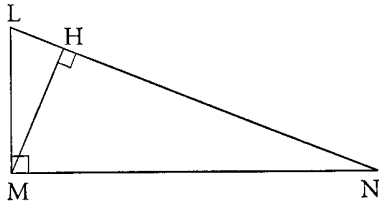
$$CB \approx 141,5 \text{ m}$$

2) $CB + 1,5 \approx 143$ m

La hauteur de la cathédrale est de 143m environ.

Exercice

Le triangle LMN est rectangle en M et [MH] est sa hauteur issue de M.



On donne : $ML = 2,4$ cm $LN = 6,4$ cm

1. Calculer la valeur exacte du cosinus de l'angle $\hat{M}LN$.

On donnera le résultat sous forme d'une fraction simplifiée.

2. Sans calculer la valeur de l'angle $\hat{M}LN$, calculer LH.

Le résultat sera écrit sous forme d'un nombre décimal.

Correction :

1) Dans le triangle LMN rectangle en M :

$$\begin{aligned}\cos \hat{M}LN &= \frac{\text{côté adjacent à } \hat{M}LN}{\text{hypoténuse}} \\ &= \frac{ML}{LN} \\ &= \frac{2,4}{6,4} = \frac{24}{64} = \frac{3}{8}\end{aligned}$$

2) Dans le triangle HML rectangle en H :

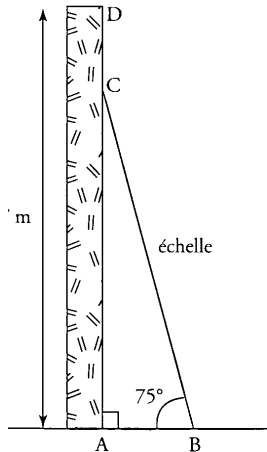
$$\begin{aligned}\cos \hat{M}LN &= \frac{\text{côté adjacent à } \hat{M}LN}{\text{hypoténuse}} \\ &= \frac{LH}{LM} \\ &= \frac{LH}{2,4}\end{aligned}$$

Or $\cos \hat{M}LN = \frac{3}{8}$ d'après la question 1). On a donc l'équation :

$$\begin{aligned}\frac{LH}{2,4} &= \frac{3}{8} \\ LH &= \frac{3}{8} \times 2,4 = 0,9\end{aligned}$$

Exercice :

Une échelle de 6 mètres est appuyée contre un mur vertical de 7 mètres de haut. Par mesure de sécurité, on estime que l'angle que fait l'échelle avec le sol doit être de 75° (voir schéma ci-contre).



- 1) Calculer la distance AB entre le pied de l'échelle et le mur. (On donnera le résultat arrondi au centimètre.)
- 2) A quelle distance CD du sommet du mur se trouve le haut de l'échelle ? (On donnera le résultat arrondi au centimètre.)

Correction :

- 1) Dans le triangle ABC rectangle en A :

$$\cos \hat{A}BC = \frac{\text{côté adjacent à } \hat{A}BC}{\text{hypoténuse}}$$

$$= \frac{AB}{BC}$$

$$\cos 75^\circ = \frac{AB}{6}$$

$$AB = 6 \times \cos 75^\circ \approx 1,55m$$

- 2) Dans le triangle ABC rectangle en A :

$$\sin \hat{A}BC = \frac{\text{côté opposé à } \hat{A}BC}{\text{hypoténuse}}$$

$$= \frac{AC}{BC}$$

$$\sin 75^\circ = \frac{AC}{6}$$

$$AC = 6 \times \sin 75^\circ \approx 5,80m$$

$$CD = AD - AC$$

$$\approx 7 - 5,80 \approx 1,20m$$

Exercice : _____

Tracer un cercle C de centre O et de rayon 4 cm. Tracer [AB], un diamètre de C.

Placer un point E sur le cercle C tel que : $\hat{B}AE = 40^\circ$.

- 1) Montrer que le triangle ABE est rectangle.

Calculer la valeur exacte de BE puis son arrondi au millimètre.

- 2) Placer le point D symétrique de B par rapport à E.

Démontrer que les droites (AD) et (OE) sont parallèles.

3) Quelle est la nature du triangle ABD ? Justifier.

1) Le triangle (ABE) est inscrit dans le demi-cercle de diamètre [AB] donc il est rectangle en E.

Dans le triangle (ABE) rectangle en E :

$$\sin \hat{BAE} = \frac{\text{côté opposé à } \hat{BAE}}{\text{hypoténuse}}$$
$$= \frac{BE}{BA}$$

$$\sin 40^\circ = \frac{BE}{8}$$

$$BE = 8 \times \sin 40^\circ$$

$$\approx 5,1 \text{ cm}$$

2) D est le symétrique de B par rapport à E donc E est le milieu de [DB]. De plus le centre O du cercle C est le milieu du diamètre [AB].

Dans le triangle (ABD), la droite (EO) qui joint les milieux de 2 côtés est parallèle au 3^{ème} côté. Donc (EO) et (AD) sont parallèles.

3) Comme E est le milieu de [BD], [AE] est la médiane de (ABD) issue de A. Comme (AE) est perpendiculaire à (BD), [AE] est également la hauteur issue de A, donc le triangle (ABD) est isocèle en A.

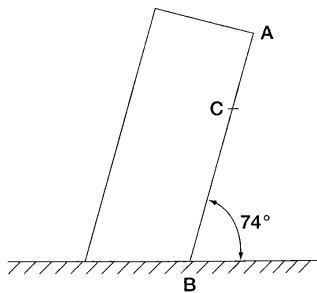
Exercice _____ :

A - La tour de Pise fait un angle de 74° avec le sol horizontal.

Lorsque le soleil est au zénith (rayons verticaux), la longueur de son ombre sur le sol est de 15 m.

On arrondira les différents résultats au mètre près le cas échéant.

- 1) Calculer à quelle hauteur au-dessus du sol se trouve le point A de la tour.
- 2) Calculer la distance AB.



B - Un touriste (point C) a gravi les $\frac{2}{3}$ de l'escalier de la tour.

En se penchant, il laisse tomber verticalement son appareil photo.

1) Montrer que le point d'impact (point D) de l'appareil photo sur le sol se situe à 10 m du pied de la tour (point B).

- 2) De quelle hauteur est tombé l'appareil photo ?

Correction

A.

1) Soit H le point où "se termine" l'ombre. Puisque les rayons du soleil sont verticaux et le sol horizontal, alors ABH est rectangle en H.

Le point A se trouve à la hauteur AH du sol.

$$\tan \widehat{HBA} = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{HBA}}{\text{côté adjacent à } \widehat{HBA}}$$

$$= \frac{AH}{BH}$$

$$\tan 74^\circ = \frac{AH}{15}$$

$$AH = 15 \times \tan 74^\circ \approx 52m$$

2) Dans le triangle ABH rectangle en H

$$\cos \widehat{HBA} = \frac{\text{côté adjacent à } \widehat{HBA}}{\text{hypoténuse}}$$

$$= \frac{BH}{BA}$$

$$\cos 74^\circ = \frac{15}{BA}$$

$$BA \times \cos 74^\circ = 15$$

$$BA = \frac{15}{\cos 74^\circ} \approx 54m$$

B.

Puisque (AH) et (CD) sont parallèles, B,C et A sont alignés ainsi que B, D et H on peut appliquer le théorème de Thalès dans les triangles (BCD) et (BAH) :

$$\frac{BC}{BA} = \frac{BD}{BH} = \frac{CD}{AH}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{BD}{15} = \frac{CD}{AH}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{BD}{15}$$

$$3 \times BD = 2 \times 15$$

$$BD = \frac{2 \times 15}{3} = 10m$$

$$\frac{2}{3} = \frac{CD}{AH}$$

$$CD = \frac{2 \times AH}{3}$$

$$CD \approx \frac{2 \times 52}{3} \approx 35m$$

L'appareil photo est tombé d'une hauteur de 35 m environ.

Angles

Exercice _____ :

- 1) Construire un triangle IJK tel que :
 $JK = 8 \text{ cm}$; $IJ = 4,8 \text{ cm}$; $KI = 6,4 \text{ cm}$.
- 2) Démontrer que le triangle IJK est un triangle rectangle.
- 3) Calculer la mesure en degrés de l'angle \hat{IJK} .
Donner la valeur arrondie au degré le plus proche.

Correction :

- 1) [JK] est le plus grand côté.
 $JK^2 = 8^2 = 64$
 $IJ^2 + IK^2 = 4,8^2 + 6,4^2 = 23,04 + 40,96 = 64$
Donc $JK^2 = IJ^2 + IK^2$ et d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle IJK est rectangle en I.
- 2) Comme on connaît les 3 longueurs, les 3 formules de trigonométrie peuvent être utilisées.
Choisissons par exemple la tangente.
Dans le triangle IJK rectangle en K :

$$\tan \hat{IJK} = \frac{\text{côté opposé à } \hat{IJK}}{\text{côté adjacent à } \hat{IJK}}$$

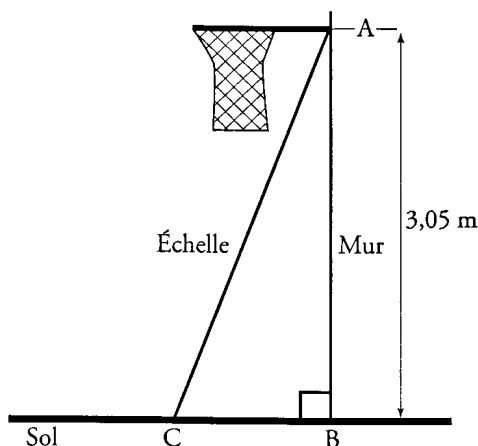
$$\tan \hat{IJK} = \frac{IK}{IJ}$$

$$\tan \hat{IJK} = \frac{6,4}{4,8}$$

$$\hat{IJK} = \tan^{-1}\left(\frac{6,4}{4,8}\right)$$

$$\hat{IJK} \approx 53^\circ$$

Exercice



1. Paul veut installer chez lui un panier de basket. Il doit le fixer à 3,05 m du sol. L'échelle dont il se sert mesure 3,20 m de long.
À quelle distance du pied du mur doit-il placer l'échelle pour que son sommet soit juste au niveau du panier ? (Donner une valeur approchée au cm près.)

2. Calculer l'angle formé par l'échelle et le sol. (Donner une valeur approchée au degré près.)

Correction :

1) Dans le triangle ABC rectangle en B, on a, d'après le théorème de Pythagore :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$3,2^2 = 3,05^2 + BC^2$$

$$BC^2 = 3,2^2 - 3,05^2 = 0,9375$$

$$BC = \sqrt{0,9375} \approx 0,97m$$

Il doit placer l'échelle à 0,97 m du mur environ.

2) Dans le triangle ABC rectangle en B :

L'angle formé par l'échelle et le sol est l'angle \hat{C}

$$\sin \hat{C} = \frac{\text{côté opposé à } \hat{C}}{\text{hypoténuse}}$$

$$= \frac{AB}{AC}$$

$$\sin \hat{C} = \frac{3,05}{3,2}$$

$$\hat{C} = \sin^{-1}\left(\frac{3,05}{3,2}\right)$$

$$\hat{C} \approx 72^\circ$$

Exercice _____ :

Soit ABC un triangle isocèle de base [BC], [AH] la hauteur issue du sommet A.

On a : BC = 8 cm et AH = 7 cm.

1) Construire le triangle ABC en justifiant la construction.

2) Calculer $\tan \hat{B}$.

3) En déduire la valeur de l'angle \hat{B} arrondie au degré près.

Correction :

1) Voir correction animée.

2) Puisque ABC est isocèle en A, la hauteur issue de A est aussi médiane donc H est le milieu de [BC] et $BH = \frac{BC}{2} = 4$

Dans le triangle ABH rectangle en H

$$\tan \hat{B} = \frac{\text{côté opposé à } \hat{B}}{\text{côté adjacent à } \hat{B}}$$

$$\tan \hat{B} = \frac{AH}{BH}$$

$$\tan \hat{B} = \frac{7}{4} = 1,75$$

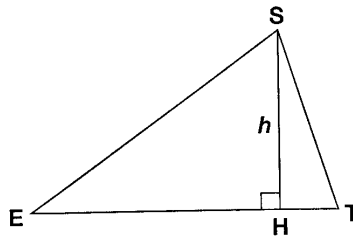
3) On utilise la touche "inverse tangente" de la calculatrice en mode degré :

$$\hat{B} \approx 60^\circ$$

Exercice _____ :

La figure ci-contre représente un triangle SET isocèle en E, et la hauteur [SH] issue de S. On ne demande pas de refaire la figure.

On sait que les segments [ES] et [ET] mesurent 12 cm et que l'aire du triangle SET est 42 cm².



- 1) Démontrer que la mesure h du segment [SH] est égale à 7 cm.
- 2) Calculer la valeur arrondie au millimètre près de la longueur EH.
- 3) Calculer la mesure arrondie au degré près de l'angle \widehat{SET} .

Correction

$$\begin{aligned} 1) \quad A(\text{SET}) &= (\text{base} \times \text{hauteur}) : 2 \\ &= (\text{ET} \times h) : 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Or } A(\text{SET}) &= 42 \text{ donc on a l'égalité suivante : } 42 = (12 \times h) : 2 \\ 12 \times h &= 42 \times 2 \\ h &= 84 : 12 \\ h &= 7 \text{ cm} \end{aligned}$$

2) Le triangle SHE est rectangle en H donc d'après le théorème de Pythagore on a :

$$ES^2 = EH^2 + HS^2$$

$$12^2 = EH^2 + h^2$$

$$144 = EH^2 + 49$$

$$EH^2 = 144 - 49$$

$$EH^2 = 95$$

$$EH = \sqrt{95} \approx 9,7 \text{ cm}$$

3) Dans le triangle EHS rectangle en H

$$\sin \widehat{SET} = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{SET}}{\text{hypoténuse}}$$

$$= \frac{SH}{SE}$$

$$\sin \widehat{SET} = \frac{7}{12}$$

$$\widehat{SET} = \sin^{-1}\left(\frac{7}{12}\right)$$

$$\widehat{SET} \approx 36^\circ$$

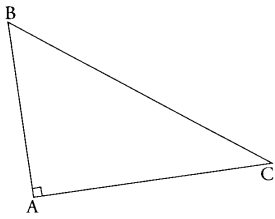
Exercice : _____

L'unité de longueur est le centimètre ; l'unité d'aire est le centimètre carré.

On considère la figure ci-contre :

- le triangle ABC est rectangle en A ;
- AB = 3,6 ;

- $BC = 6$.



- 1) Calculer la mesure de l'angle $\hat{A}CB$ (on donnera l'arrondi au degré).
- 2) Calculer AC .
- 3) Calculer l'aire du triangle ABC .
- 4) Soit H le projeté orthogonal du point A sur la droite (BC) .
Exprimer l'aire du triangle ABC en fonction de AH .
- 5) En déduire AH .

Correction :

- 1) Dans le triangle ABC rectangle en A :

$$\sin \hat{A}CB = \frac{\text{côté opposé à } \hat{A}CB}{\text{hypoténuse}}$$

$$= \frac{AB}{BC}$$

$$\sin \hat{A}CB = \frac{3,6}{6}$$

$$\hat{A}CB = \sin^{-1}\left(\frac{3,6}{6}\right)$$

$$\hat{A}CB \approx 37^\circ$$

- 2) On applique le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en A :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$6^2 = 3,6^2 + AC^2$$

$$AC^2 = 6^2 - 3,6^2 = 23,04$$

$$AC = \sqrt{23,04} = 4,8$$

- 3) Puisque ABC est rectangle en A :

$$\text{Aire}(ABC) = (AB \times AC) : 2 = 8,64 \text{ cm}^2$$

$$4) \text{ Aire}(ABC) = (BC \times AH) : 2 = (6 \times AH) : 2 = 3 \times AH$$

$$5) 3 \times AH = 8,64$$

$$\text{D'où } AH = 8,64 : 3 = 2,88 \text{ cm}$$

Exercice _____ : _____

$ABCD$ désigne un rectangle tel que $AB = 7,2 \text{ cm}$ et $BC = 5,4 \text{ cm}$.

- 1) Dessiner en grandeur réelle ce rectangle et sa diagonale $[AC]$.
- 2) Calculer la mesure arrondie au degré de l'angle $\hat{A}CD$.
- 3) Démontrer que les angles $\hat{A}CD$ et $\hat{C}AB$ sont égaux.
- 4) La médiatrice du segment $[AC]$ coupe la droite (AB) en E . Placer le point E et montrer que le triangle ACE est isocèle.
- 5) En déduire une valeur approchée de la mesure de l'angle $\hat{D}CE$.

Correction :

- 1)
2) Dans le triangle ACD rectangle en D.

$$\tan \widehat{ACD} = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{ACD}}{\text{côté adjacent à } \widehat{ACD}}$$

$$\tan \widehat{ACD} = \frac{AD}{DC}$$

$$\tan \widehat{ACD} = \frac{5,4}{7,2} = 0,75$$

$$\widehat{ACD} = \tan^{-1}(0,75)$$

$$\widehat{ACD} \approx 37^\circ$$

- 3) la sécante (AC) détermine 2 angles alternes-internes \widehat{ACD} et \widehat{CAB}

Comme (AB) et (CD) sont parallèles (côtés opposés d'un rectangle) alors $\widehat{ACD} = \widehat{CAB}$

- 4) E est sur la médiatrice de [AC] donc EA=EC et le triangle ACE est isocèle en E.

5)

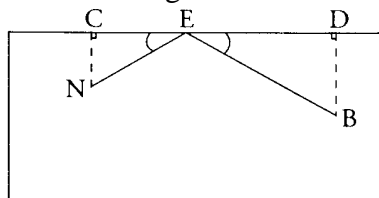
$$\begin{aligned} \widehat{DCE} &= \widehat{DCA} + \widehat{ACE} \\ &= \widehat{DCA} + \widehat{CAB} \end{aligned}$$

car les angles à la base du triangle isocèle ACE sont égaux.

$$\begin{aligned} \widehat{DCE} &= \widehat{DCA} + \widehat{CAB} \\ &\approx 37 + 37 \approx 74^\circ \end{aligned}$$

Exercice :

L'unité de longueur est le centimètre.



Le rectangle ci-contre représente une table de billard.
Deux boules de billard N et B sont placées telles que :
 $CD = 90$; $NC = 25$; $BD = 35$.

(Les angles \widehat{ECN} et \widehat{EDB} sont droits.)

Un joueur veut toucher la boule N avec la boule B en suivant le trajet BEN, E étant entre C et D, et tel que : $\widehat{CEN} = \widehat{DEB}$.

On pose $ED = x$.

- 1) a) Donner un encadrement de x.

b) Exprimer CE en fonction de x.

- 2) Dans le triangle BED, exprimer $\tan \widehat{DEB}$ en fonction de x.

- 3) Dans le triangle NEC, exprimer $\tan \widehat{CEN}$ en fonction de x.

- 4) a) En égalant les deux quotients trouvés aux questions 2) et 3), on trouve l'équation :
 $35(90 - x) = 25x$.

On ne demande pas de le justifier.

Résoudre cette équation.

b) En déduire la valeur commune des angles \widehat{CEN} et \widehat{DEB} arrondie au degré.

Correction

1) a) E est entre C et D donc $0 \leq x \leq 90$

b) $CE = 90 - x$

2) Dans le triangle BED rectangle en D :

$$\tan \hat{D\hat{E}B} = \frac{\text{côté opposé à } \hat{D\hat{E}B}}{\text{côté adjacent à } \hat{D\hat{E}B}}$$

$$\tan \hat{D\hat{E}B} = \frac{DB}{DE}$$

$$\tan \hat{D\hat{E}B} = \frac{35}{x}$$

3) Dans le triangle NEC rectangle en C :

$$\tan \hat{C\hat{E}N} = \frac{\text{côté opposé à } \hat{C\hat{E}N}}{\text{côté adjacent à } \hat{C\hat{E}N}}$$

$$\tan \hat{C\hat{E}N} = \frac{CN}{CE}$$

$$\tan \hat{C\hat{E}N} = \frac{25}{90 - x}$$

4) a)

$\hat{C\hat{E}N} = \hat{D\hat{E}B}$ d'où

$$\tan \hat{C\hat{E}N} = \tan \hat{D\hat{E}B}$$

$$\frac{35}{x} = \frac{25}{90 - x}$$

en faisant le produit en croix :

$$35(90 - x) = 25x$$

$$3150 - 35x = 25x$$

$$3150 - 35x + 35x = 25x + 35x$$

$$3150 = 60x$$

$$x = \frac{3150}{60} = 52,5$$

b)

$$\tan \hat{D\hat{E}B} = \frac{35}{x} = \frac{35}{52,5}$$

d'où

$$\hat{D\hat{E}B} = \tan^{-1}\left(\frac{35}{52,5}\right)$$

$$= \hat{C\hat{E}N} \approx 34^\circ$$