

# ANGLES ORIENTES - EXERCICES CORRIGES

## Exercice n°1.

- 1) Placer, sur le cercle trigonométriques ci-dessous les points M tels que  $(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OM}) = \frac{27\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- 2) Placer, sur le cercle trigonométriques ci-dessous les points N tels que  $(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{ON}) = -\frac{38\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- 3) Placer, sur le cercle trigonométriques ci-dessous les points P  $(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OP}) = x$  avec  $3x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

## Exercice n°2.

Soit (C) un cercle de centre A et B un point de (C)

- 1) Construire les points C,D,E et F du cercle (C) tels que :

$$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{3} \quad (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \frac{3\pi}{4} \quad (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}) = \frac{7\pi}{6} \quad (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AF}) = -\frac{3\pi}{4}$$

- 2) Déterminer une mesure puis la mesure principale de chacun des angles orientés suivants :

$$(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AE}) \quad (\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AF}) \quad (\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AC}) \quad (\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AE})$$

## Exercice n°3.

ACE est un triangle isocèle direct de sommet principal A et tel que  $AC=5$  et  $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AE}) = \frac{2\pi}{5} (2\pi)$

- 1) Tracez le triangle équilatéral direct AEF et le triangle ABC isocèle rectangle direct en A.
- 2) Déterminer la mesure principale de chacun des angles orientés suivants :

$$(\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AB}) \quad (\overrightarrow{EF}, \overrightarrow{BC}) \quad (\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{CB}) \quad (\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{EC})$$

# ANGLES ORIENTES - CORRECTION

## Exercice n°1

(figure en fin d'exercice)

1) Puisque  $\frac{27\pi}{6} = \frac{(24+3)\pi}{6} = \frac{24\pi}{6} + \frac{3\pi}{6} = 4\pi + \frac{\pi}{2} = 2 \times \underbrace{2\pi}_{\substack{\text{un tour dans} \\ \text{le sens trigo}}}$  +  $\frac{\pi}{2}$ , on peut écrire que

$$(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OM}) = 2 \times 2\pi + \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} = \frac{\pi}{2} + 2l\pi, l \in \mathbb{Z}$$

2) Puisque  $-\frac{38\pi}{3} = -\frac{(36+2)\pi}{3} = -12\pi - \frac{2\pi}{3} = 6 \times \underbrace{(-2\pi)}_{\substack{\text{un tour dans} \\ \text{le sens trigo} \\ \text{inverse}}} - \frac{2\pi}{3}$ , on peut écrire que

$$(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{ON}) = 6 \times (-2\pi) - \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} = -\frac{2\pi}{3} + 2l\pi, l \in \mathbb{Z}$$

3) Attention à la division par 3 :

Si  $3x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi$ ,  $k \in \mathbb{Z}$  alors  $x = -\frac{\pi}{6} + \frac{2k\pi}{3}$ ,  $k \in \mathbb{Z}$

Pour  $k = 0$ , on obtient  $x_0 = -\frac{\pi}{6}$  (point  $P_0$ )

Pour  $k = 1$  on obtient  $x_1 = -\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3} = \frac{3\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$  (point  $P_1$ )

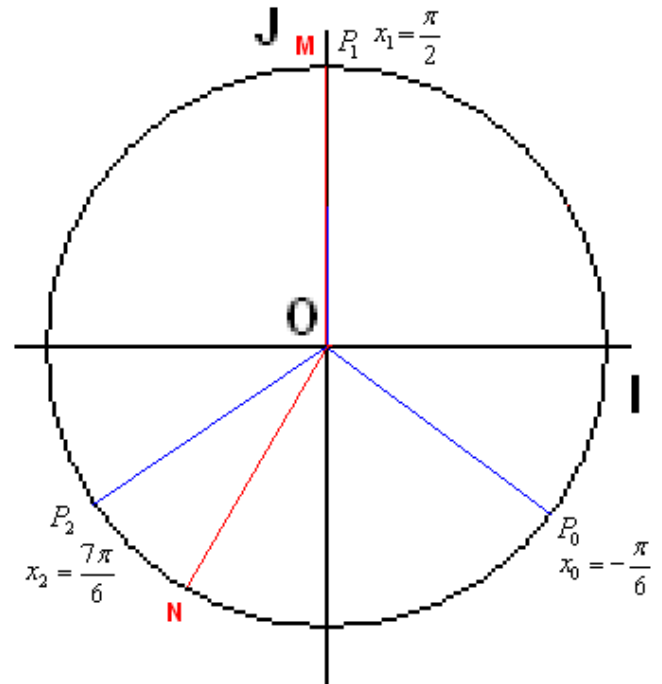
Pour  $k = 2$  on obtient  $x_2 = -\frac{\pi}{6} + \frac{2 \times 2\pi}{3} = \frac{7\pi}{6}$  (point  $P_2$ )

Pour  $k = 3$  on obtient  $x_3 = -\frac{\pi}{6} + \frac{3 \times 2\pi}{3} = -\frac{\pi}{6} + 2\pi$ .

On retombe sur le point  $P_0$

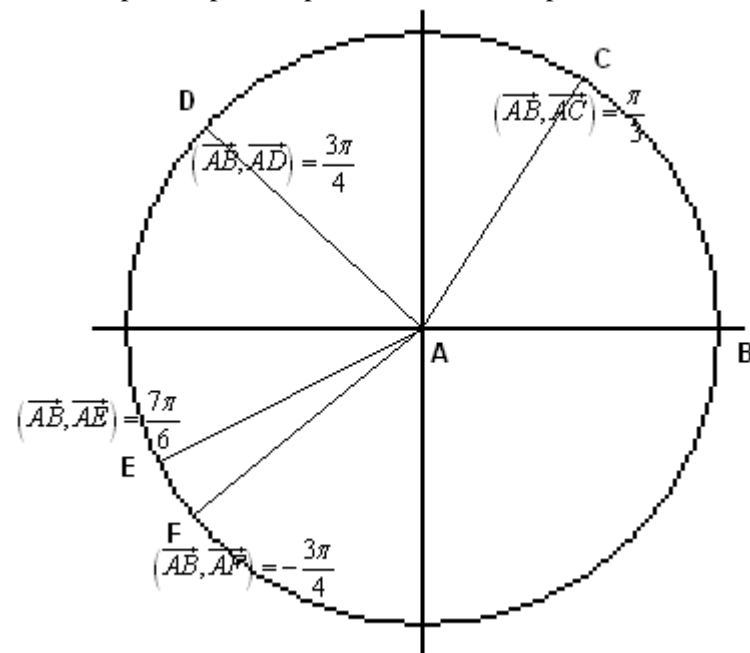
De même, pour  $k = -1$  on obtient  $x_{-1} = -\frac{\pi}{6} - \frac{2\pi}{3} = -\frac{5\pi}{6}$ .

On retombe sur le point  $P_2$



## Exercice n°2

1) (Au départ, le point B peut être choisi n'importe où sur le cercle)



ΓΥΕΣΜΙ.Β

2) Par application de la relation de Chasles sur les angles orientés de vecteurs :

$$(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AE}) = (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}) + (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE})(2\pi)$$

$$= -(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) + (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE})(2\pi)$$

$$= -\frac{\pi}{3} + \frac{7\pi}{6}(2\pi)$$

$$= \frac{5\pi}{6}(2\pi)$$

$$(\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AC}) = (\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AB}) + (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})(2\pi)$$

$$= -(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AF}) + (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})(2\pi)$$

$$= -\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + \frac{\pi}{3}(2\pi)$$

$$= \frac{13\pi}{12}(2\pi) = -\frac{11\pi}{12}(2\pi)$$

$$(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AF}) = (\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}) + (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AF})(2\pi)$$

$$= -(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) + (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AF})(2\pi)$$

$$= -\frac{3\pi}{4} + \left(-\frac{3\pi}{4}\right)(2\pi)$$

$$= -\frac{3\pi}{2}(2\pi) = \frac{\pi}{2}(2\pi)$$

$$(\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AE}) = (\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AB}) + (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE})(2\pi)$$

$$= -(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AF}) + (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE})(2\pi)$$

$$= -\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + \frac{7\pi}{6}(2\pi)$$

$$= \frac{23\pi}{12}(2\pi) = -\frac{\pi}{12}(2\pi)$$

### Exercice n°3

1) Si le triangle AEF est triangle équilatéral direct, alors AE=AF et

$$(\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AF}) = \frac{\pi}{3}$$

Si le triangle ABC est isocèle rectangle direct en A, alors AB=AC et

$$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{2}$$

2) Par application de la relation de Chasles sur les angles orientés de vecteurs, et de la propriété  $(-\vec{u}, \vec{v}) = (\vec{u}, -\vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v}) - \pi(2\pi)$ , on détermine :

$$(\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AB}) = (\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AE}) + (\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AC}) + (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB})(2\pi)$$

$$= -\frac{\pi}{3} + \left(-\frac{2\pi}{5}\right) + \left(-\frac{\pi}{2}\right)(2\pi)$$

$$= -\frac{37\pi}{30}(2\pi) = \frac{23\pi}{30}(2\pi)$$

$$(\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{CB}) = (\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AE}) + (\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AC}) + (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB})(2\pi)$$

$$= -\frac{\pi}{3} + \left(-\frac{2\pi}{5}\right) + (-\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB})(2\pi)$$

$$= -\frac{11\pi}{15} + (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) - \pi(2\pi)$$

$$= -\frac{11\pi}{15} + \frac{\pi}{4} - \pi(2\pi) = -\frac{89\pi}{60}(2\pi) = \frac{31\pi}{60}(2\pi)$$

$$(\overrightarrow{EF}, \overrightarrow{BC}) = (\overrightarrow{EF}, \overrightarrow{EA}) + (\overrightarrow{EA}, \overrightarrow{EC}) + (\overrightarrow{EC}, \overrightarrow{BC})(2\pi)$$

$$= \frac{\pi}{3} + \frac{3\pi}{10} + (-\overrightarrow{CE}, -\overrightarrow{CB})(2\pi)$$

$$= \frac{19\pi}{30} + (\overrightarrow{CE}, \overrightarrow{CB})(2\pi)$$

$$= \frac{19\pi}{30} + \frac{3\pi}{10} + \frac{\pi}{4}(2\pi) = \frac{28\pi}{30} + \frac{\pi}{4}(2\pi)$$

$$= \frac{71\pi}{60}(2\pi) = -\frac{49\pi}{60}(2\pi)$$

$$(\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{EC}) = (\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AE}) + (\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{EC})(2\pi)$$

$$= (\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AE}) + (-\overrightarrow{EA}, \overrightarrow{EC})(2\pi)$$

$$= -\frac{\pi}{3} + (\overrightarrow{EA}, \overrightarrow{EC}) - \pi(2\pi)$$

$$= -\frac{\pi}{3} + \frac{3\pi}{10} - \pi(2\pi) = -\frac{31\pi}{30}(2\pi) = \frac{29\pi}{30}(2\pi)$$

