

EXERCICE 1

on considère la somme $S_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + (n-1)^2 + n^2$; $\forall n \in \mathbb{N}^*$

1) montrer $2n^2 + 3n + 1 = (n+1)(2n+1)$; $\forall n \in \mathbb{N}$

2) démontrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}^*$ on a : $S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

Exercice 2

$(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ un repère de l'espace

on considère les droites d'équations $D : \begin{cases} x = -1 - 2\alpha \\ y = 2 - \alpha \\ z = -2 + 3\alpha \end{cases} \quad \alpha \in \mathbb{R} \quad D' : \begin{cases} x = 1 + \beta \\ y = 5 - \beta \\ z = 1 - 3\beta \end{cases} \quad \beta \in \mathbb{R}$

1) Déterminer $D \cap D'$

2) Déterminer une équation cartésienne du plan passant par $A(0; -1; 2)$ et parallèle à D et à D'

3) A tout réel m ; on associe le plan P_m dont une équation cartésienne est

$$P_m : (-m+1)x + 2(m+2)y - (m+1)z + 1 = 0$$

a) montrer que $\forall m \in \mathbb{R}$ les points $I(-1; \frac{1}{2}; 2)$ et $J(\frac{1}{2}; -1; -\frac{5}{2})$ appartiennent à P_m

b) En déduire l'intersection des plans P_m

4) déterminer $P_2 \cap P$ (P_2 est le plan P_m pour $m=2$).

5) déterminer m pour que la droite D soit parallèle au plan P_m

Exercice 3

On considère un triangle ABC isocèle de sommet principale A
inscrit dans un cercle de centre O et de rayon 1

$[AH]$ est la hauteur issue de A on note $\widehat{HOC} = \alpha$ (en radian) ; $\alpha \in]0; \frac{\pi}{2}[$

1) a) calculer BC puis AH en fonction de α

b) En déduire l'aire du triangle ABC

2) on considère la fonction $f(\alpha) = \sin\alpha(1 + \cos\alpha)$; $\forall \alpha \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

a) montrer que $\forall x \in \mathbb{R}$; $2x^2 + x - 1 = (2x-1)(x+1)$

b) montrer que $f'(\alpha) = (2\cos\alpha - 1)(\cos\alpha + 1)$

c) Dresser le tableau de variation de f sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

3) Déterminer la valeur de α pour laquelle l'aire du triangle est maximale

4) Préciser ce maximum puis la nature du triangle en ce maximum

bareme Exercice1 (3pts) Exercice2 (10pts) Exercice3(7pts)

Guesmi.B