Lycee El Hedi Ben Devoir de synthèse N° 2

Hsin Jendouba niveau: 3ème T_2

EXERCICE1

1)Choisir la bonne réponse sans justification

soit la fonction $f(x)=\frac{3x+1}{x-2}$ on désigne par (C) sa courbe représentative

Dans un repère orthonormé le point d'intersection des asymptotes est :

A : I(1,3) B : I(2,3) C : I(3,2)

2)répondre par vrai ou faux (avec justification)

La parabole (P) :$y=11x^2-8x+13$ a pour axe de symétrie la droite (D)

Dont une équation est : $X=\frac{4}{11}$

3)choisir la bonne réponse sans justification

le module du nombre complexe $z=2+i\sqrt{3}$ est

A : 2 B : 1 C :$\sqrt{7}$ D :7

EXERCICE2

Soit la fonction $f(x)=\frac{x^2-5x+10}{x-3}$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

1)déterminer le domaine d'existence D de f

2) montrer que $f(x)=x-2+\frac{4}{x-3}$

3)montrer que la droite D_1 : x=3 est une asymptote à la courbe (C)

4)montrer que la droite D_2 : y=x-2 est une asymptote oblique à la

Courbe (C)

5) en déduire que le point I(3,1) est un centre de symétrie de la courbe (C)

6)soit A le point de (C) d'abscisse 2

Trouver une équation de la tangente (T) à (C) au point A

7)monter que f est dérivable sur D et que $f'(x) = \frac{(x-1)(x-5)}{(x-3)^2}$

8)étudier les variations de f

9)tracer (D_1) ;(D_2),(T) et (C)

EXERCICE3

On considère le nombre complexe

$Z_1=1+i\sqrt{3}$

1)calculer les complexes

a) $z_2=iz_1$

b) $z_3=iz_2$

2) le plan est muni d'un repère $(O,\vec{u},\vec{v})$ placer les points

M_1 d'affixe z_1 ; M_2 d'affixe z_2 et M_3 d'affixe z_3

3)montrer que le triangle $M_1M_2M_3$ est rectangle isocèle en M_2

4) déterminer l'affixe z_4 du point M_4 tel que $M_1M_2M_3M_4$

Soit un carré

Guesmi.B

CORRECTION(proposee par Guesmi.B)

EXERCICE1

1)C

2)vrai

justification

soit $f(x)=11x^2-8x+13$ alors $f'(x)=22x-8$;$f'(x)=0$ eq $x=\frac{4}{11}$

donc la droite dont une équation $x=\frac{4}{11}$ est un axe de symétrie de la courbe

3)C

EXERCICE2

1)f existe si $x-3\neq 0$ sig $x\neq 3$ donc $D=]-\infty,3[\cup]3,+\infty[$

2)on a $x-2+\frac{4}{x-3}=\frac{(x-2)(x-3)+4}{x-3}=\frac{x^2-5x+6+4}{x-3}=\frac{x^2-5x+10}{x-3}=f(x)$

3)on a $\lim_{x\to 3} f(x)=\infty$ donc la droite D_1 :x=3 est une

Asymptote à la courbe (C)

4)on a :$\lim_{x\to\infty}\left(f(x)-(x-2)\right)=\lim_{x\to\infty}\frac{4}{x-3}=0$

Donc la droite D_2 :y=x-2 est une asymptote à la

Courbe (C) au voisinage de ∞

5)on a :$D_1\cap D_2=\{I\}$ avec I(3,1)

On a $x\neq 3$ donc $-x\neq -3$ donc $2X3-x\neq 6-3=3$

Et $f(2.3-x)+f(x)=f(6-x)=6-x-2+\frac{4}{6-x-3}+x-2+\frac{4}{x-3}$

$=4-x\frac{4}{3-x}+x-2+\frac{4}{x-3}$

$=2=2.1$

Donc le point I(3,1) est un centre de symetrie de la courbe (C)

6)A(2,f(2)) donc A(2,-4) une équation de la tangente à (C) enA est

T : y=f '(2)(x-2)+f(2)

Or d'apres (7) f'(2)=-3

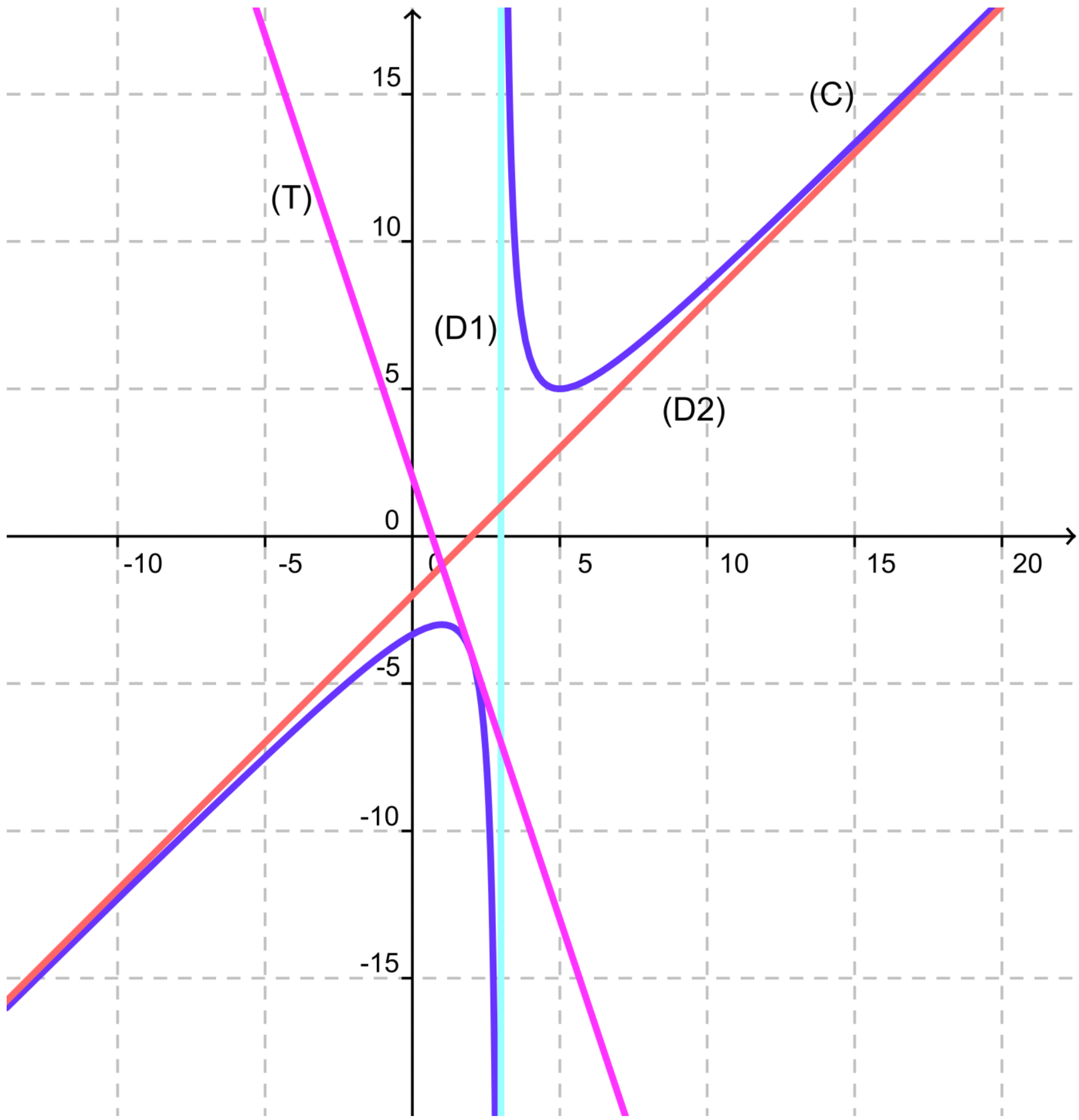
Donc T :y=-3(x-2)-4 sig   T : y=-3x+2

7)on a : f(x)=x-2+$\frac{4}{x-3}$ $donc\ f'(x) = 1 - \frac{4}{(x-3)^2} = \frac{(x-3)^2-4}{(x-3)^2} = \frac{(x-3-2)(x-3+2)}{(x-3)^2}$

Donc f '(x)=$\frac{(x-1)(x-5)}{(x-3)^2}$

8)le signe de f ' (x) dépend de celui de (x-1)(x-5)

X	-∞		1		3		5		+∞
(x-1)(x-5)		+	0	-	‖		0	+	
f(x)	-∞	↗	-3	↘	-∞ ‖ +∞	↘	5	↗	+∞

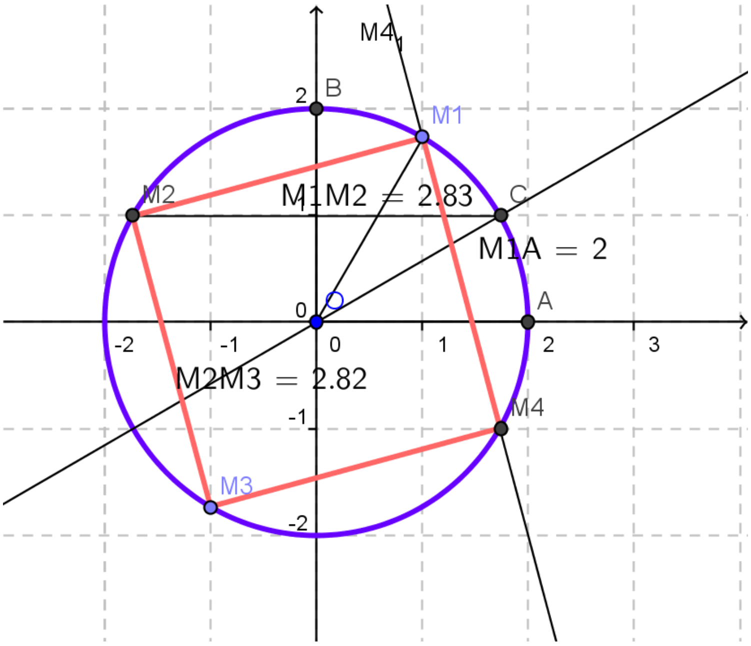


EXERCICE3

$Z_1=1+i\sqrt{3}$

1)a) $z_2=i(1+i\sqrt{3}) = -\sqrt{3}+i$

b) $z_3=i(-\sqrt{3}+i) = -1 - i\sqrt{3}$



3) on a :$M_1M_2=|z_1-z_2|=|z_1-iz_1|=|z_1|.|1-i|=\left|1+i\sqrt{3}\right|.|1-i|$

$=2.\sqrt{2}$

$M_2M_3=|z_3-z_2|=\left|1-\sqrt{3}+i(1+\sqrt{3})\right|=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

Donc $M_1M_2M_3$ est isocele en M_2

4)$M_1M_2M_3M_4$ est un carre s'il est un parallelogramme

D'où $z_{\overrightarrow{M_1M_2}}=z_{\overrightarrow{M_4M_3}}$ $eq\ z_{M_2}-z_{M_1}=z_{M_3}-z_{M_4}$

Signifie $z_2-z_1=z_3-z_4$ equivaut $z_4=z_3+z_1-z_2$

Donc $z_4=\sqrt{3}-i$