

*Lycee El hedî ben hsin jendouba*

*Devoir de synthese N°1*

**EXERCICE1**

(C) est un cercle de centre O et [AC] un diamètre tel que  $AC=6$  ; B est un point de (C)

Et  $BC=3$  , M est un point de [AB) avec  $AM=2AB$

La perpendiculaire à (AB) passant par M coupe (AC) en N

1)faire une figure

2)a) montrer que le triangle ACB est rectangle en B

b)calculer AB puis  $\cos \widehat{BAC}$

3)a)montrer que  $(MN) \parallel (BC)$

b)montrer que  $\frac{AC}{AN} = \frac{1}{2}$  et que  $\frac{BC}{MN} = \frac{1}{2}$

c) calculer alors AN et MN

d)déduire que C est le milieu de [AN]

4)soit H le projeté orthogonal de M sur (AC) et E le point de [MN] tel que  $NE = \frac{1}{4}MN$

a)construire H et E

b)calculer  $\sin \widehat{BAC}$

c)calculer alors MH puis HN

**EXERCICE2**

Choisir la bonne reponse (sans justification)

1)Pgcd(234,456)=                      a)1                      b)2                      c)6

2) $\sqrt{6 + \frac{1}{4}} =$                       a)7/4                      b)5/2                      c) $\sqrt{6} + 1/2$

### EXERCICE 3

On donne  $A = \sqrt{48} - \sqrt{75} + \frac{1}{2}\sqrt{16}$  et  $B = \frac{1}{3}\sqrt{36} - \sqrt{12} + \sqrt{27}$

1) montrer que  $A = 2 - \sqrt{3}$  et  $B = 2 + \sqrt{3}$

2) a) montrer que  $A$  et  $B$  sont inverse l'un de l'autre

b) en déduire que  $\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = 4$

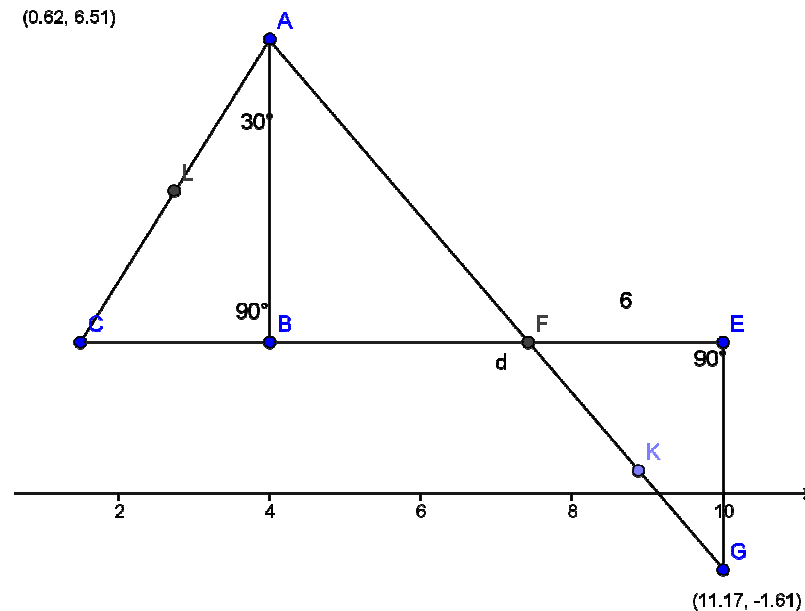
3) a) vérifier que  $0 < A < 1$

b) Ranger dans l'ordre croissant  $A, A^2$  et  $\sqrt{A}$

c) déduire que  $S = |A^2 - A| + |A - \sqrt{A}| - |\sqrt{A} - A^2| = 0$

### EXERCICE 4

dans la figure on a :



$EFG$  est un triangle rectangle en  $E$  et  $EF=6$ ;  $EG = 2\sqrt{3}$

$ABC$  est un triangle rectangle en  $B$   $L$  le milieu de  $[AC]$ ;  $\widehat{BAC} = 30^\circ$

$E, F, B$  et  $C$  alignés et  $BF=9$

$A, F, K$  et  $G$  alignés et  $GK = \sqrt{3}$

1) montrer que  $FG = 4\sqrt{3}$

2)a) montrer que  $\widehat{EGF} = 60^\circ$

b) montrer que  $(AB) \parallel (EG)$

c) en déduire que le triangle  $ACF$  est rectangle en  $A$

3)a) montrer que  $\frac{FB}{FE} = \frac{FA}{FG}$

b) en déduire que  $FA = 6\sqrt{3}$  et  $AB=3\sqrt{3}$

4)a) montrer que  $BC=3$

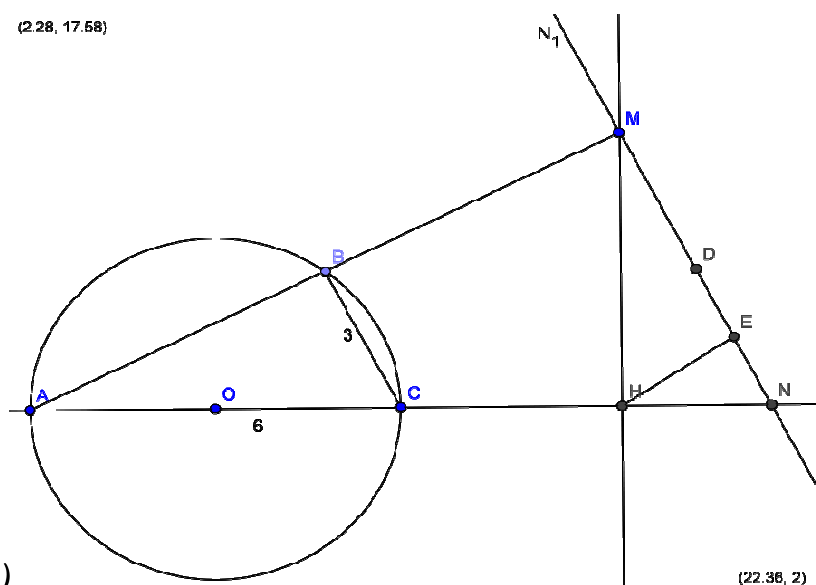
b) en déduire que  $AC=6$

$X$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$
$\sin x$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos x$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan x$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$1$	$\sqrt{3}$

**CORRECTION** (proposée par GUESMI.B)

**EXERCICE 1**

(2.28, 17.58)



1)

2)a)  $[AC]$  diamètre de  $(C)$  et  $B \in (C)$  donc le triangle  $ABC$  est rectangle en  $B$

b) on a d'après Pythagore  $AC^2 = AB^2 + BC^2$  donc  $AB = \sqrt{36 - 9} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$  ;  $\cos \widehat{BAC} = \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

3)a) on a  $(BC) \perp (AB)$

$(MN) \perp (AB)$  alors  $(MN) \parallel (BC)$

b) on a  $(MN) \parallel (BC)$  d'après Thalès  $\frac{AC}{AN} = \frac{AB}{AM} = \frac{BC}{MN} = \frac{AB}{2AB} = \frac{1}{2}$

c) d'après la question précédente  $\frac{AN}{AC} = 2$  donc  $AN = 2 \times 6 = 12$  et  $MN = 2 \times 3 = 6$

d)  $B$  est le milieu de  $[AM]$  et  $(BC) \parallel (MN)$  donc  $C$  est le milieu de  $[AN]$

4)a) construction

b)  $\sin \widehat{BAC} = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{2}$  dans le triangle  $ABC$

c)  $\sin \widehat{BAC} = \sin \widehat{MAH} = \frac{MH}{AM}$

d'où

$MH/AM = 1/2$  donc  $MH = AM/2 = AB = 3\sqrt{3}$

## EXERCICE 2

1)c)      2)b)

## EXERCICE 3

$$1) 48 = 4^2 \cdot 3 \text{ donc } \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

$$75 = 5^2 \cdot 3 \text{ donc } \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$$

$$\sqrt{16} = 4$$

Donc  $A = 4\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + 2$  et de meme  $B = 2 + \sqrt{3}$

$$2)a) A \cdot B = (2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 2^2 - \sqrt{3}^2 = 1$$

Donc  $A$  et  $B$  sont inverses l'un de l'autre

$$b) \frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{A+B}{A \cdot B} = A + B = 4$$

$$3)a) A > 0 \text{ et } A - 1 = 1 - \sqrt{2} < 0 \text{ donc } A < 1$$

Alors  $0 < A < 1$

$$b) A^2 < A < \sqrt{A}$$

$$c) |A^2 - A| = A - A^2 ; |A - \sqrt{A}| = \sqrt{A} - A \text{ et } |\sqrt{A} - A| = \sqrt{A} - A$$

donc  $S = 0$

## EXERCICE 4

$$1) \text{ d'apres Pythagore on a : } FG = \sqrt{12 + 36} = 4\sqrt{3}$$

$$2) \text{ on a : } \cos \widehat{EGF} = \frac{EG}{FG} = \frac{1}{2} \text{ donc d'apres le tableau } \widehat{EGF} = 60^\circ$$

b) on a  $(AB) \perp (EB)$  et  $(EG) \perp (EB)$  donc  $(AB) \parallel (EG)$

$$c) \text{ on a : } \widehat{BAG} = \widehat{AGE} = 60^\circ \text{ (alternes internes) donc } \widehat{CAF} = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$$

alors le triangle  $ACF$  est rectangle en  $A$

3) a) on a :  $(AB) \parallel (EG)$  donc d'après Thalès  $\frac{FB}{FE} = \frac{FA}{FG}$

$$6) FA = \frac{9}{6} \cdot 4\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

$$AB = \sqrt{FA^2 - FB^2} = 3\sqrt{3}$$

4) a) on a dans le triangle rectangle  $ABC$   $\tan 30^\circ = \frac{BC}{AB}$  donc  $BC = 3 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 3$

$$6) AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 6$$

5)  $\frac{FC}{FE} = 2$  et  $\frac{FA}{FK} = 2$  donc d'après

La réciproque de Thalès  $(AC) \parallel (EK)$

6) on a  $(AL) \parallel (EK)$  et  $AL = EK$  donc  $ALKE$  est un parallélogramme