3ème Maths
Durée : 2heures
T1

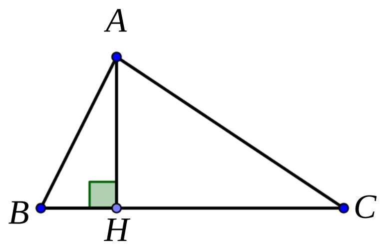
Devoir de contrôle N°1

Guesmi.B

Exercice 1 : (4 points)

I – Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.

1) Les points A, B, C et H sont ceux de la figure ci-contre :



$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ est égal à :

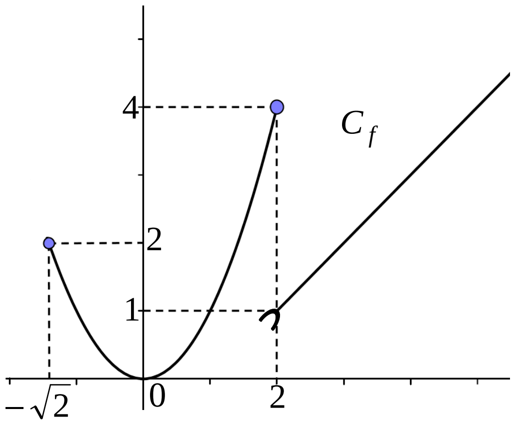
a) AH^2 b) $AH^2 - HB\times HC$ c) $AH^2 + HB\times HC$ d) $AB\times AC$

2) Si $ABCD$ un carré de coté 1. Alors le produit scalaire $\overrightarrow{DC}.\overrightarrow{BD}$ est égal à :

a) $\sqrt{2}$ b) 1 c) $-\sqrt{2}$ d) -1

II – Dans le plan muni d'un repère orthogonal, C_f est la courbe représentative de la fonction f définie sur $\left[-\sqrt{2},+\infty\right[$. **Répondre par Vrai ou Faux :**

1. $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = 4$
2. $f(2) = 1$
3. Le domaine de continuité de f est : $IR\setminus\{2\}$
4. 4 est le maximum de f sur D_f
5. Pour tout $x \in \left[-\sqrt{2}\ ;\ 2\right]$, on a : $2 \le f(x) \le 4$
6. $f\left(\left[-\sqrt{2}\ ;\ 3\right]\right) = [0\ ;\ 4]$



Exercice 2 : (3 points)

On considère une fonction f, définie et continue sur un intervalle $[-3;4]$, dont le tableau de variation est le suivant :

x	-3		1		4
$f(x)$			5		
		$\nearrow$		$\searrow$	
	2				-1

1) Préciser le minimum de f sur chacun des intervalles : $[-3;4]$ et $[1;2]$.
2) a – Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $[1,4]$.
   b – En déduire la position relative de la courbe C_f de la fonction f par rapport à l'axe des abscisses.
3) Justifier que la fonction $x \mapsto \dfrac{1}{\sqrt{11-2f(x)}}$ est définie sur $[-3;4]$.

Exercice 3 : (6 points)

I – Soit g la fonction définie par : $g(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x+4}+2}$.

1) *a* – Donner le domaine de définition de *g*.
   b – Justifier que *g* est continue sur $[-4;+\infty[$.
   c – Calculer alors $\lim\limits_{x\to 0} g(x)$.

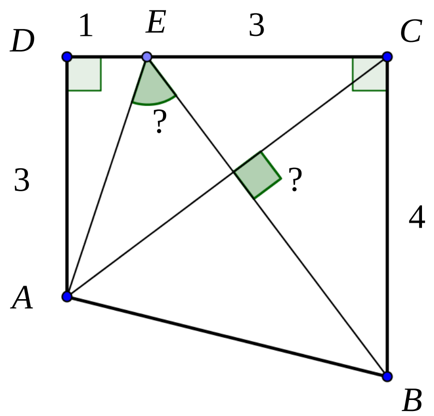
2) Soit f la fonction définie par $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x}$.
   a – Déterminer le domaine de définition D_f de *f*.
   b – Montrer que $\forall x\in D_f$, $f(x)=g(x)$.
   c – En déduire que *f* est prolongeable par continuité en 0 et définir la fonction prolongée F de *f*.

II – Soit la fonction *h* définie sur IR par $h(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x} & si\ \ x\in[-4;+\infty[\setminus\{0\}\\ \dfrac{1}{4} & si\ \ x=0\\ \dfrac{x^2+5x+4}{x+4}+m & si\ \ x\in\,]-\infty;-4[\end{cases}$

1) Etudier la continuité de *h* en 0.
2) *a* – Montrer que : $\lim\limits_{x\to(-4)^-} h(x)=m-3$.
   b – Pour quelle valeur de *m* ; *h* est continue en (-4) ?
3) On prend $m=1$. Déterminer le domaine de continuité de *h*. (Justifier).

Exercice 4 : (7 points)

$ABCD$ un trapèze rectangle en C et D. E est un point de $[DC]$ défini comme l'indique la figure ci-dessous : ($AD=3$; $DE=1$; $BC=4$)



1) Montrer que : $\left(\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{DA}\right)\left(\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{CB}\right)=\overrightarrow{ED}.\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{DA}.\overrightarrow{CB}$
2) *a* – Calculer $\overrightarrow{ED}.\overrightarrow{EC}$ et $\overrightarrow{DA}.\overrightarrow{CB}$.
   b – En déduire que : $\overrightarrow{EA}.\overrightarrow{EB}=9$
   c – Calculer EA et EB puis $Cos\left(\widehat{AEB}\right)$.
   d – Montrer alors que $AB=\sqrt{17}$.
3) Soit *H* le projeté orthogonal de *A* sur (BC)
   a – Calculer $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CE}$
   b – En Déduire que $(CA)\perp(BE)$
4) On considère l'ensemble $\Delta=\left\{M\in P \text{ tel que } MB^2+MC^2-2\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MC}=29\right\}$
   Soit $I=B*C$ et $J=A*C$.
   a – Montrer que $BJ^2=\dfrac{41}{4}$ puis vérifier que $J\in\Delta$.
   b – Montrer que pour tout point $M\in P$ on a : $MB^2+MC^2-2\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MC}=2\left(MI^2-MJ^2\right)+\dfrac{41}{2}$.
   c – Montrer que : $MI^2-MJ^2=2\overrightarrow{MJ}.\overrightarrow{JI}+\dfrac{17}{4}$.
   d – Déterminer l'ensemble Δ.