Lycee El Hedi Ben Hsin Jendouba

Devoir de synthese N°1

EXERCICE1

Donner la reponse exacte

1)on donne les polynomes suivants $f(x)=2x^2-5x+1$ et $g(x)=(x-5)(-3x^2+2x-7)$

Le degre du polynome (f.g)(x) est

A : 6 B : 5 C : 3

2)les reels ½ et 1/3 sont les racines du trinome du second degre

A : $6x^2+5x+1 =0$ B : $6x^2-5x+1 =0$ C : $6x^2-x-1=0$

3)le plan est raporte à un repere orthonorme

On donne les deux vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}\alpha+1\\4\end{pmatrix}$

$\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ sont orthogonaux si et seulement si

A : $\alpha=-5$ $B: \alpha=5$ $C: \alpha=-7$

4)$\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ sont colineaires si et seulement si

$A: \alpha=-2$ $B: \alpha=\frac{5}{3}$ $C: \alpha=\frac{-5}{3}$

EXERCICE2

On considere les fonctions polynomes

$A(x)=3x^2-8x+4$; $p(x)=2x^3-x^2-8x+4$ et $q(x)=x^3-5x^2+8x-4$

1)a)verifier que (-2) est solution de $p(x)=0$

b)determiner le polynome du second degre R(x) tel que $p(x)=(x+2)R(x)$

c)en deduire que $p(x)=(x^2-4)(2x-1)$

2)a)verifier que $p(x)-2q(x)=3A(x)$

b)factoriser A(x)

c)en deduire une la factorisation de q(x) en produit de trois facteurs

3)resoudre dans IR

a) $p(x) \geq 0$

b)$\sqrt{p(x)} = x + 2$

EXERCICE3

Soit ABC un triangle et I le milieu de [AB]

1)construire le point J barycentre des points (A,1) et (C,-3)

2)soit G le barycentre des points (B,4) et (J,-2)

a)construire G

b)montrer que $\overrightarrow{GA} + 4\overrightarrow{GB} - 3\overrightarrow{GC} = \vec{0}$

3)en ecrivant $4\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GB} + 3\overrightarrow{GB}$ montrer que (IG)//(BC)

EXERCICE4

ABCD un rectangle de centre O tel que AB=8 et AD=6

Soit I le milieu de [OA] et J le milieu de [OB]

1)montrer que $\overrightarrow{JA} + 2\overrightarrow{JB} + \overrightarrow{JC} = \vec{0}$

2)determiner l'ensemble E=$\{M \in P \text{ tel que } \|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\|\}$

3)soit F=$\{M \in P \text{ tels que } \|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 10$

Montrer que F est le cercle de diametre [OB]

CORRECTION(proposee par Guesmi.B)

EXERCICE1

1)B 2)B 3)C 4)B

EXERCICE2

1)a)on a p(-2)=0 donc -2 est une racine de p(x)=0

b)$p(x)=(x+2)(ax^2+bx+c)$

$=ax^3+(2a+b)x^2+(2b+c)x+2c$

$=2x^3-x^2-8x+4$

Par identification on a : $\begin{cases} a=2 \\ 2a+b=-1 \\ 2c=4 \end{cases}$ $donc\ a=2; b=-5\ et\ c=2$

Donc $p(x)=(x+2)(2x^2-5x+2)$

c)on a :$2.2^2-5.2+2=0$ donc 2 est une solution de l'equation $2x^2-5x+2=0$

donc la deuxieme solution verifie x'.x''=c/a donc 2.x'=2/2=1 donc x'=1/2

alors $2x^2-5x+2=2(x-1/2)(x-2)=(x-2)(2x-1)$

d'où $p(x)=(x+2)(x-2)(2x-1)=(x^2-4)(2x-1)$

2)a)p(x)-2q(x)=3A(x) evident

b)on peut verifier facilement que 2 est une solution de l'equation q(x)=0

donc $q(x)=(x-2)(x^2-3x+2)$

on remarque que 1-3+2=0 donc 1 est une solution de $x^2-3x+2=0$ et l'autre solution est c/a=2

alors $q(x)=(x-2)^2(x-1)$ (a)

alors $p(x)-2q(x)=(x-2)(x+2)(2x-1)-2(x-2)(x^2-3x+2)$

$=(x-2)[(x+2)(2x-1)-2(x^2-3x+2)]$

$=(x-2)(9x-6)$

$= 3(x-2)(3x-2)$

Donc $A(x)=(x-2)(3x-2)$

c)voir la relation (a)

3)p(x)≥ 0

X	-∞		-2		½		2		+∞
X^2-4		+	▯	-		--	▯	+	
2x-1		--		--	▯	+		+	
P(x)		--	▯	+	▯	--	▯	+	

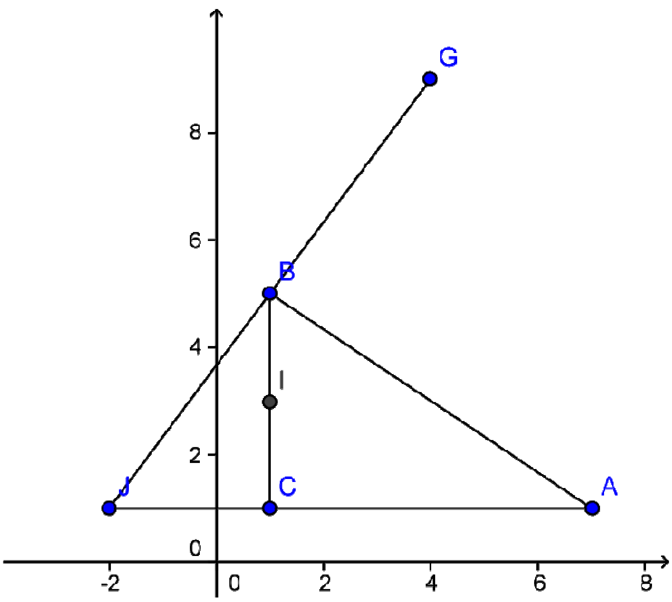
Donc $S_{IR} = \left[-2,\frac{1}{2}\right] \cup [2,+\infty[$

$$\sqrt{p(x)} = x+2 \quad et\ p(x) \geq 0 et\ x \geq -2\ donc\ x \in S_{IR}$$

Donc tout calcul fait x=-2 ou x=-$\sqrt{3}$

EXERCICE3

1)



Pour tout point M du plan on a :$\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MC} = (1-4)\overrightarrow{MJ}$

Donc si M=C on aura $\overrightarrow{CA} = -3\overrightarrow{CJ}$ d'où la constructio▯n

2)a)de meme pour tout point M on a $4\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MJ} = 2\overrightarrow{MG}$

Si M=B on a :$\overrightarrow{BG} + \overrightarrow{BJ} = \vec{0}$ $donc$ B est le milieu de [GJ] b)$\overrightarrow{JA} - 3\overrightarrow{JC} = \vec{0}\ \ et\ 4\overrightarrow{GB} - 2\overrightarrow{GC} = \vec{0}$

donc $\overrightarrow{GA} + 4\overrightarrow{GB} - 3\overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GJ} + \overrightarrow{JA} + 4\overrightarrow{GB} - 3\overrightarrow{GJ} - 3\overrightarrow{JC} = \left(\overrightarrow{JA} - 3\overrightarrow{JC}\right) + (4\overrightarrow{GB} - 2\overrightarrow{GJ})$

$=\vec{0} + \vec{0} = \vec{0}$ (1)

3)on a $4\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GB} + 3\overrightarrow{GB}\ \ et\ d'apres(1)on\ a\ 4\overrightarrow{GB} = 3\overrightarrow{GC} - \overrightarrow{GA}$

Donc $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = 3\left(\overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GC}\right) = 3\overrightarrow{BC}\ \ or\ I\ milieu\ de\ [AB] signifie\ \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$

Donc $\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{GI} + \overrightarrow{IB} = 3\overrightarrow{BC}\ \ d'ou\ \ 2\overrightarrow{GI} = 3\overrightarrow{BC}\ \ alors\ \overrightarrow{GI}\ et\ \overrightarrow{BC}\ colineaires$

Donc (GI)//(BC)

EXERCICE4

1)$I\ milieu\ de\ [OA] eq\ \overrightarrow{IO} + \overrightarrow{IA} = \vec{0}\ de\ meme\ pour\ J\ on\ a: \overrightarrow{JO} + \overrightarrow{JB} = \vec{0}$

Donc $\overrightarrow{JA} + 2\overrightarrow{JB} + \overrightarrow{JC} = \overrightarrow{JO} + \overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{JO} + 2\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{JO} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DB} = \vec{0}$

Puisque $4\overrightarrow{JO} = \overrightarrow{BD}\ ;\ \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}(O\ milieu\ de\ [AC] et\ 2\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{DB}$

2)on intercle J on trouve 4MJ

Pour la premiere norme et 4MI pour la deuxieme norme donc MI=MJ doc M appartient à la mediatrice de [IJ]

3)on montre de meme que F est l'enseble des points M tels que MJ=5/2

Donc M decrit le cercle de centre J et de rayon 5/2

Or BD=10 (theoreme de Pythagore) donc OB=5 qui est le diametre du cercle