

EXERCICE 1

L'espace E étant rapporté à un repère orthonormé $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ on considère les points

$A(-1, -1, 1)$; $B(-1, 2, -2)$ et le plan P dont une équation est $P : x + y + z - 2 = 0$

- 1) Montrer que la droite (AB) est parallèle au plan P
- 2) Soit α un réel et $S_\alpha = \{M(x, y, z) \in x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2\alpha y + 2\alpha z + \alpha^2 + \alpha = 0\}$
- 3) Montrer que pour tout réel α ; S_α est une sphère de centre $I_\alpha(-1, \alpha, -\alpha)$
Et de rayon R_α que l'on déterminera
- 4) Montrer que $\forall \alpha \in \mathbb{R}, I_\alpha \in (AB)$
- 5) Étudier suivant les valeurs de α les positions relatives de S_α et de P
- 6) Soit I le milieu de $[AB]$ et $I_{1-\alpha}$ le centre de la sphère $S_{1-\alpha}$
Montrer que I est le milieu de $[I_\alpha I_{1-\alpha}]$
- 7) En déduire que les sphères S_α et $S_{1-\alpha}$ sont symétriques par rapport à I

EXERCICE 2

Un sac contient 5 jetons verts numérotés de 1 à 5 et 4 jetons rouges numérotés de 1 à 4

- 1) On tire successivement sans remise et au hasard trois jetons du sac
Calculer la probabilité de
 - a) tirer exactement 3 jetons verts
 - b) ne tirer aucun jeton vert
 - c) tirer au plus 2 jetons verts
 - d) tirer exactement un jeton vert
- 2) on tire au hasard simultanément 3 jetons du sac
Reprendre alors les questions a) ; b) ; c) et d)

EXERCICE 3

On dit que deux nombres premiers p et q sont jumeaux si $q = p + 2$

Exemple 3 et 5 sont jumeaux, ainsi 5 et 7 ou encore 41 et 43.

Soit deux nombres jumeaux p et q

- 1- Montrer que p et q sont impairs
- 2- Montrer que $pq + 1$ est un carré parfait

3-Montrer que $pq+1$ est divisible par 4

4-On suppose que $p \geq 5$

a-Utiliser un raisonnement par l'absurde pour montrer que

le reste de la division euclidienne par 3 de p est 2

b-En déduire que $pq+1$ est divisible par 3

c-Enoncer la règle de divisibilité par 12

d-En déduire que $pq+1$ est divisible par 12

5-a) Montrer que si $p \geq 5$, $pq-2$ est divisible par 3

b) Déterminer p , pour que $pq-2$ soit premier.

EXERCICE 4

Q₁

Répondre par vrai ou faux avec justification

$$S_n = \sum_{k=2}^n 3^k \quad \text{alors } S_n = \frac{1}{2}(3^{n+1} - 9)$$

Q₂

Répondre par vrai ou faux sans justification

On considère un pentagone régulier ABCDE

Soit Δ l'ensemble des droites passant par deux sommets on appelle diagonale toute

Droite passant par deux sommets non consécutifs alors

A : Δ contient exactement 20 éléments

B : Δ contient exactement 10 éléments

C : les triangles formés par trois sommets du pentagone sont au nombre de 10

CORRECTION

EXERCICE1 (voir bac tunisien session principale science expérimentale année 1998

Avec www.maths-simple.jimdo.com)

EXERCICE2

(voir exercices corrigés de probabilité exercice N°23 dans www.maths-simple.jimdo.com)

EXERCICE3

1) supposons que par exemple l'un de p ou q est pair par exemple p pair

Donc soit $p=2k$ alors $q=2k+2=2(k+1)$ divisible par 2 donc non premier

D'où p et q sont tous deux impairs

2) p et q sont impairs si $p=2k+1$ alors $q=p+2=2k+3$

D'où $pq+1=(2k+1)(2k+3)+1=[2(k+1)]^2$

3) on a $pq+1=4(k+1)^2$ donc $pq+1$ est divisible par 4

4) a) $p \geq 5$ la division euclidienne de p par 3 donne $p=3k+r$ avec $0 \leq r < 3$

Si $r=0$ alors $p=3k$ divisible par 3 donc non premier impossible

Si $r=1$ alors $p=3k+1$ or $q=p+2$ donc $q=3k+3=3(k+1)$ donc

q est divisible par 3 impossible

il ne reste alors que $r=2$ donc $p=3k+2$

b) si $p=3k+2$ alors $pq+1=[3(k+1)]^2$ donc $pq+1$ est divisible par 3

c) $p \geq 5$ donc $q \geq 7$ un nombre est divisible par 12 s'il est divisible

à la fois par 3 et par 4 puisque $\text{P.G.C.D}(3,4)=1$

d) on a $\text{P.G.C.D}(3,4)=1$; 3 divise $pq+1$ et 4 divise $pq+1$ donc $pq+1$ est divisible par 12

5) a) $pq-2=3(4k-1)$ donc $pq-2$ est divisible par 3

b) on a $pq-2$ est divisible par 3 pour que $pq-2$ soit premier il suffit que $pq-2=3$

donc $pq=5$ donc deux cas $p=1$; $q=5$ et $p>6$ impossible d'où $p=5$ et $q=2$

EXERCICE4

Q₁

vrai

Q₂

A : faux

B : vrai

C :vrai

Guésmi.B