Devoir de synthèse N°1(décembre 2011)

$3^{ème}$ maths

EXERCICE1

QUESTION1

Répondre par vrai ou faux en justifiant la réponse

si f est continue en a alors f est continue à droite en a

Question 2

Cocher la réponse exacte

Si f est continue sur IR et f(2)=0 alors $\lim_{x\to 2} f(x)(x^{100}+4) =$

A: 4 B: $2^{100}+4$ C: 0

Question 3

Cocher la réponse exacte

On considère un triangle équilatéral ABC de cote a le réel $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ est égal à

A: $\frac{a^2}{2}$ B: 0 C: a

Question 4

Cocher la réponse exacte

ABC est un triangle isocèle de sommet principale A tel que la mesure principale de

$(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CA})$ est égale à $\frac{-\pi}{5}$ alors la mesure principale de $(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA})$ est

A: $\frac{\pi}{5}$ B: $\frac{-\pi}{5}$ C: $\frac{4\pi}{5}$

EXERCICE2

Le plan est oriente dans le sens direct

Soit ABC un triangle isocèle de sommet principal A et(Γ) son cercle circonscrit de centre O

On considère un point M de (Γ) distinct de A et B

La perpendiculaire à (AM) passant par C coupe (BM) en I

1)a)montrer que $2(\widehat{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{AM}}) \equiv 2(\widehat{\overrightarrow{BC},\overrightarrow{IC}})[2\pi]$

b)en déduire que $2(\widehat{\overrightarrow{IM},\overrightarrow{IC}}) \equiv 2(\widehat{\overrightarrow{AO},\overrightarrow{AC}})[2\pi]$

2)montrer que $2\left(\widehat{\overrightarrow{IB},\overrightarrow{IC}}\right) \equiv (\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}})[2\pi]$

3)a)soit N un point du cercle de centre A et passant par B , distinct de B et C

Montrer que $2(\widehat{\overrightarrow{IB},\overrightarrow{IC}}) \equiv 2(\widehat{\overrightarrow{NB},\overrightarrow{NC}})[2\pi]$

b)en déduire que AI=AB

EXERCICE3

Soit A et B deux points distincts du plan et I le milieu de [AB]

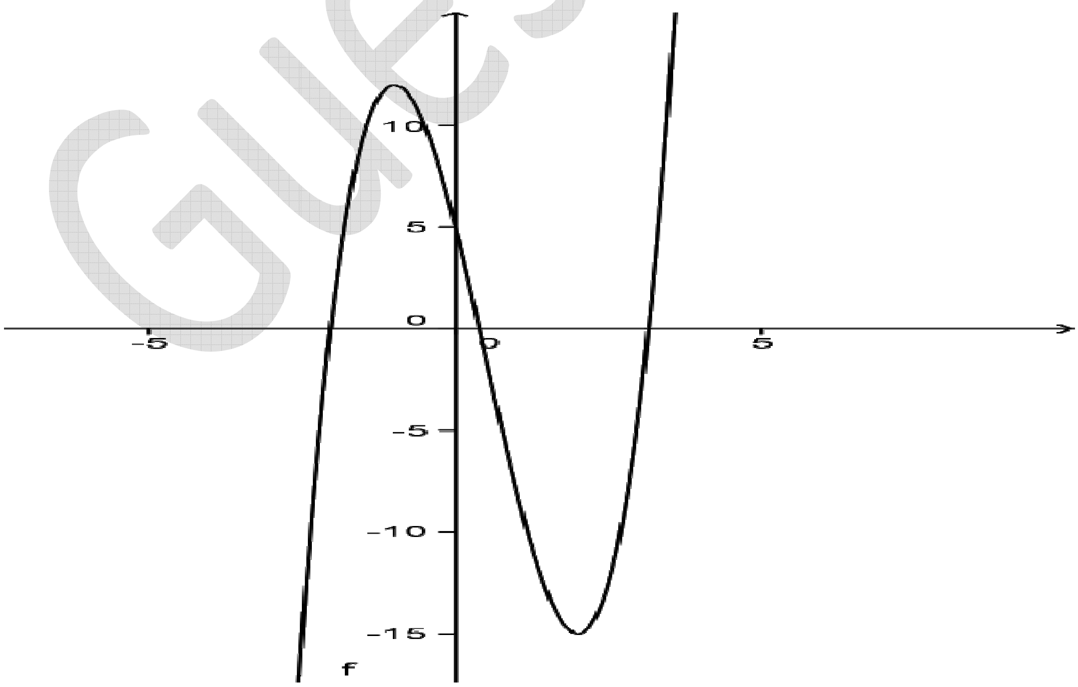
On désigne par E=$\{M \in P \ tel\ que\ \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 2\}$

1)montrer que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = MI^2 - \frac{AB^2}{4}$

2)en déduire que E est un cercle dont on précisera le centre et le rayon

EXERCICE4

Dans le plan muni d'un repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ on a representer la fonction f definie sur IR par



$f(x)=2x^3-3x^2-12x+5$

1)justifier la continuité de f

2)a)calculer f(-3) et f(-2) en déduire que l'équation f(x)=0 admet au moins

une solution dans [-3,-2]

b)calculer f(0) et f(1) en déduire que l'équation f(x)=0 admet au moins une

solution dans [0,1]

c)calculer f(3) et f(4) en déduire que l'équation f(x)=0 admet au moins une

solution dans [3;4]

d) montrer que l'équation f(x)=0 admet exactement trois solutions réelles distinctes

3)on désigne par α la solution de l'équation f(x)=0 dans [0;1]

a)Calculer f(0,1);f(0,2) ;f(0,3);f(0,4);f(0,5);f(0,6);f(0,7);f(0,8) et f(0,9)

b)en déduire une valeur approchée à 10^{-1} près par défaut de α

CORRECTION DU DEVOIR DE SYNTHESE N°(2011)

EXERCICE1

Question 1 (Vrai)

Si f est continue en a alors $\lim_{x\to a^+} f(x) = \lim_{x\to a^-} f(x) = f(a)$ ce qui veut dire

Que f est continue à droite en a

Question 2

B

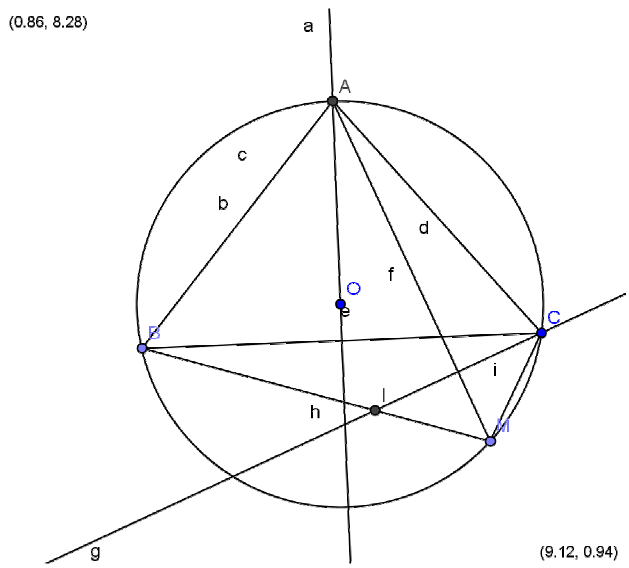
Question 3

A

Question4

A

EXERCICE2



1)a)$2(\widehat{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{AM}}) \equiv 2(\widehat{\overrightarrow{AO},\overrightarrow{AM}})[2\pi]$

$$\equiv \pi - \left(\widehat{\overrightarrow{OM},\overrightarrow{OA}}\right)[2\pi]$$

$\equiv \pi - 2(\widehat{\overrightarrow{BM}, \overrightarrow{BA}})[2\pi]$

$\equiv \pi - 2(\widehat{\overrightarrow{CM}; \overrightarrow{CA}})[2\pi]$

$\equiv \pi - 2(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CI}) - 2[(\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{CI}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA})][2\pi]$

$\equiv 2(\overrightarrow{CB}; \overrightarrow{CI}) + \pi - 2\left[(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}) + \frac{\pi}{2} - (\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{CA})\right][2\pi]$

$\equiv 2(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CI}) - 2[(\widehat{\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}}) - (\widehat{\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}})][2\pi]$

$\equiv 2(\widehat{\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{IC}})[2\pi]$

b) $2(\widehat{\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{AC}}) \equiv \pi - (\widehat{\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OA}})[2\pi]$

$\equiv \pi - 2(\widehat{\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}})[2\pi]$ *puisque ABC est isocele en A*

$\equiv \pi - 2(\widehat{\overrightarrow{MC}; \overrightarrow{MA}})[2\pi]$

$\equiv \pi - 2\left[\frac{\pi}{2} - (\overrightarrow{CI}, \overrightarrow{CM})\right][2\pi]$

$\equiv 2(\overrightarrow{IM}, \overrightarrow{IC})[2\pi]$

$2(\overrightarrow{IB}, \overrightarrow{IC}) \equiv 2[(\overrightarrow{MB}$

$\equiv 2\left[(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA}) + \pi + (\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) + \frac{\pi}{2} + (\overrightarrow{MC}, \overrightarrow{MA})\right][2\pi]$

$\equiv \pi + 2(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA})[2\pi]$

$\equiv (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})[2\pi]$

*3)*a)$2(\widehat{\overrightarrow{NB}, \overrightarrow{NC}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}})[2\pi]$

$\equiv 2(\widehat{\overrightarrow{IB}; \overrightarrow{IC}})[2\pi]$

Donc $(\widehat{\overrightarrow{NB}, \overrightarrow{NC}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{IB}, \overrightarrow{IC}})[\pi]$

donc les points N;I;B et C sont sur un meme cercle

de centre A et de rayon AB alors AI=AB

EXERCICE3

1)

$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{I}$

$=MI^2 - IA^2 = MI^2 - \frac{AB^2}{4}$

2)$M \in \Gamma\ signifie\ MI^2 - \frac{AB^2}{4} = 2$

Equivaut a M decrit le cercle de centre I et de rayon $\sqrt{2 + \frac{AB^2}{4}}$

EXERCICE4

$f(x) = 2x^3 - 3x^2$

1) est une fonction polynome donc
continue sur IR

2)a) f(-3)=-67
f(-2)=1
f est continue surIR $0 \in [-67; 1]$ donc l'equation f(x)=0 admet au moins une solution dans [-3,-2]
2)de la meme facon pour b) et c)

3)f(0,1==3,772
F(0,2)=2,496
F(0,3)=1,184
F(0,4)=-0,152
F(0,5)=-1,5
F(0,6)=-2,848
F(0,7)=-4,184
F(0,8)=-5,496
F(0,9)=-6,772
La solution α
Est dans [0,3;0,4]