Lycée El Hedi Ben Hsin Jendouba **Devoir de Synthese N°3**

EXERCICE N°1 : 3 pts

Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système suivant :

$$\begin{cases} 4x + 2y = 12 \\ -5x + 3y = -26 \end{cases}$$

EXERCICE N°2 : 8 pts

Le tableau suivant donne la répartition d'une population de 200 personnes par tranches d'âges.

Tranches d'âges	$[0;10[$	$[10;20[$	$[20;30[$	$[30;40[$	$[40;50[$	$[50;60[$	$[60;70[$	$[70;80[$
Effectifs	**10**	**33**	**50**	**39**	**28**	**24**	**10**	**6**
Centre des classes								
Fréquences								
Fréquences cumulées croissantes								

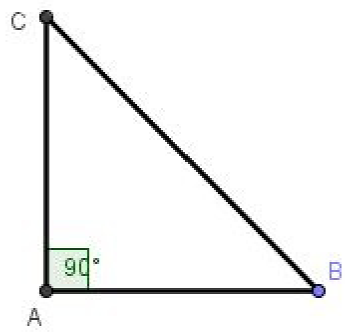
1. Recopier et compléter le tableau ci-dessus **(Centre des classes , Fréquences et Fréquences cumulées croissantes).**
2. Déterminer le mode de cette série. La série est-elle unimodale ou bimodale ?
3. Calculer la moyenne de cette série.
4. a. Tracer la courbe des fréquences cumulées croissantes.
   b. Enduire la médiane.
5. Déterminer le pourcentage de la population dont l'âge est inférieur strictement à 40.

EXERCICE N°3: 5pts

Dans la figure ci-contre ABC est un triangle rectangle et isocèle en A tel que $AB = 4cm$.

Soit r le quart de tour direct de centre A.

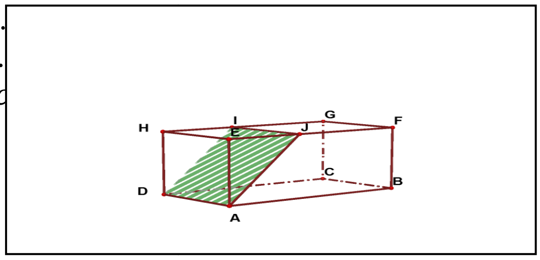
1. Montrer que $BC = 4\sqrt{2}\ cm$.
2. a. Déterminer l'image du point A par $\boldsymbol{r}$.
   b. Déterminer l'image du point B par $\boldsymbol{r}$.
   c. En déduire l'image du segment $[AB]$ par $\boldsymbol{r}$.
3. Soit I le milieu du segment $[BC]$.
   a. Construire le point J image du point I par $\boldsymbol{r}$.
   b. Montrer que $CJ = BI$ puis calculer CJ.
   c. Montrer que le quadrilatère $ABIJ$ est un parallélogramme.



EXERCICE N°4: 4 pts :

Dans la figure ci-contre $ABCDEFGH$ est un parallélépipède rectangle.
On donne : $AB = 7cm$, $AD = 3cm, AE = 4cm$ et $HI = 5cm$.
Le parallélépipède $ABCDEFGH$ est coupé par le plan $(ADIJ)$.

1. Montrer que le volume du $ABCDEFGH$ est égal à 84 c
2. Quelle est la nature de la section obtenue ?
3. Calculer son aire.
4. Calculer les volumes des solides obtenus.



Correction

EXERCICE N°1 :

$\begin{cases} 4x+2y=12 \\ -5x+3y=-26 \end{cases}$ éqà $\begin{cases} \mathbf{5}\times(4x+2y=12) \\ \mathbf{4}\times(-5x+3y=-26) \end{cases}$ éqà $\begin{cases} 20x+10y=60 \\ -20x+12y=-104 \end{cases}$
éqà $\begin{cases} 22y=-44 \\ 4x+2y=12 \end{cases}$ éqà $\begin{cases} y=-2 \\ 4x+2y=12 \end{cases}$ éqà $\begin{cases} y=-2 \\ 4x+2\times(-2)=12 \end{cases}$ éqà $\begin{cases} y=-2 \\ 4x=16 \end{cases}$ éqà $\begin{cases} y=-2 \\ x=4 \end{cases}$

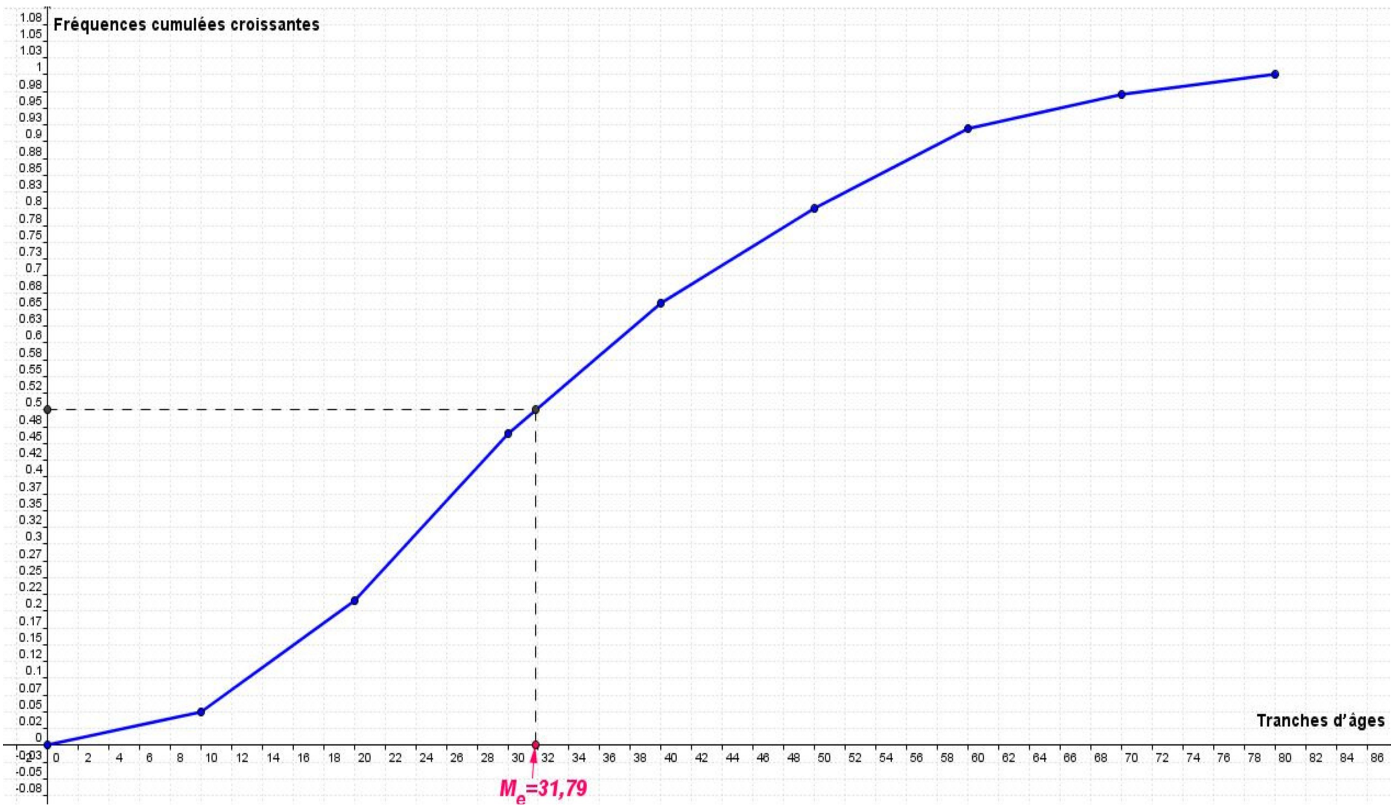
Donc $S_{\mathbb{R}^2}=\{(4;-2)\}$.

EXERCICE N°2 :

1.

Tranches d'âges	$[0;10[$	$[10;20[$	$[20;30[$	$[30;40[$	$[40;50[$	$[50;60[$	$[60;70[$	$[70;80[$
Effectifs	**10**	**33**	**50**	**39**	**28**	**24**	**10**	**6**
Centre des classes	**5**	**15**	**25**	**35**	**45**	**55**	**65**	**75**
Fréquences	$\frac{10}{200}$	$\frac{33}{200}$	$\frac{50}{200}$	$\frac{39}{200}$	$\frac{28}{200}$	$\frac{24}{200}$	$\frac{10}{200}$	$\frac{6}{200}$
Fréquences cumulées croissantes	$\frac{10}{200}=0,05$	$\frac{43}{200}=0,215$	$\frac{93}{200}=0,465$	$\frac{132}{200}=0,66$	$\frac{160}{200}=0,8$	$\frac{184}{200}=0,92$	$\frac{194}{200}=0,97$	$\frac{200}{200}=1$

2. **Le mode de cette série est égal à $[20;30[$. La série est unimodale.**
3. $\overline{\mathbf{X}}=\frac{\sum_{i=1}^{8} n_i\times c_i}{\sum_{i=1}^{5} f_i}=\frac{10\times5+33\times15+50\times25+39\times35+28\times45+24\times55+10\times65+6\times75}{200}=\mathbf{34,2}$ **.**
4. a.



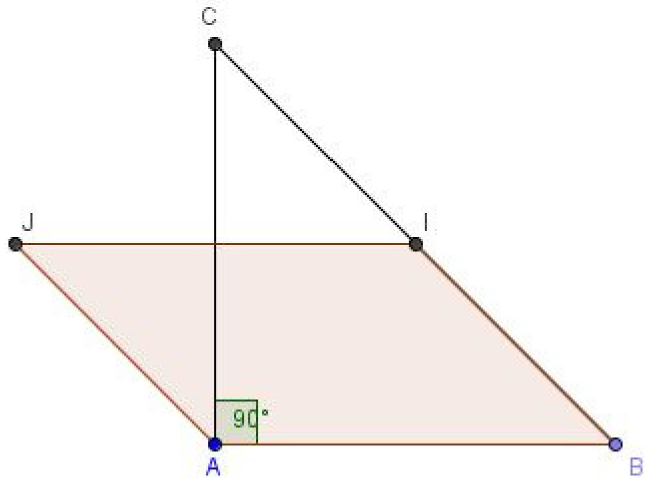
La médiane $M_e \approx 31,79.$

5. le pourcentage de la population dont l'âge est inférieur strictement à

$$= \frac{\textbf{l'effectifdont l'âge est inférieur strictement à 40}}{\textbf{l'effectif total}} \times \mathbf{100} = \frac{\mathbf{132}}{\mathbf{200}} \times \mathbf{100} = \mathbf{66\%}$$

EXERCICE N°3 :

1. ABC est un triangle rectangle et isocèle en A alors $BC = \sqrt{2}AB = \sqrt{2} \times 4 = 4\sqrt{2}\,cm.$
2. $a.$ Le point A est le centre du quart de tour donc $r(A) = A$.
   $b.$ ABC est un triangle rectangle et isocèle en A donc $r(B) = C$.
   $c.$ On a : $r(A) = A$et $r(B) = C$ alors $r([AB]) = [AC]$.
3. a.

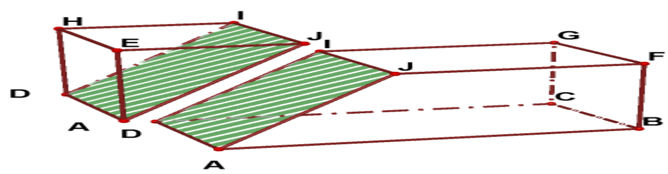


b. On a : $r(B) = C$ et $r(I) = J$ donc $CJ = BI$ car le quart de tour conserve la distance.
$I = B * C$ donc $CJ = BI = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}\,cm.$

c. ABC est un triangle isocèle en A et $I = B * C$ alors (AI) est la médiatrice du segment $[BC]$ par suite $(AI) \perp (BI)$.
D'autre part : $r(A) = A$ et $r(I) = J$ et $AJ = AI$donc $(AI) \perp (AJ)$.
Par conséquent $(AJ)//(BI)$ (1) .
ABC est un triangle rectangle et isocèle en A et $I = B * C$ donc $AI = BI$ ainsi $AJ = BI$ (2) .
D'après (1) et (2) $ABIJ$ est un parallélogramme.

EXERCICE N°4

1. Soit V le volume du parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$.
   $V = Base \times Hauteur = (AB \times AE) \times AD = (7 \times 4) \times 3 = 84\,cm^3$.
2. La section du parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$ par un plan contenant l'arête $[AD]$ est le rectangle $ADIJ$.



3. Soit $\boldsymbol{\mathcal{A}}$ l'aire du rectangle $ADIJ$.
$\boldsymbol{\mathcal{A} = AD \times DI}$.
Calculons $\boldsymbol{DI}$
$ABCDEFGH$ est un parallélépipède rectangle alors $DHGC$ est un rectangle, $I \in [HG]$ par conséquent DHI est un triangle rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore :
$\boldsymbol{DI^2 = DH^2 + HI^2 = AE^2 + HI^2}$
é$\boldsymbol{q}$à $\boldsymbol{DI = \sqrt{AE^2 + HI^2} = \sqrt{4^2 + 5^2}}$
é$\boldsymbol{q}$à $\boldsymbol{DI = \sqrt{41}}$ **cm .**

$\boldsymbol{\mathcal{A} = AD \times DI}$
D'où $\boldsymbol{\mathcal{A} = 3 \times \sqrt{41}\ cm^2}$

4. Les deux solides obtenus sont deux prismes droits.
Soient V_1et V_2 les volumes des solides respectifs $AJEDIH$ et $ABFJDCGI$.
$V_1 = Base \times Hauteur = Aire\ de\ AEJ \times AD.$
$$= \frac{AE \times EJ}{2} \times AD$$
$$= \frac{AE \times HI \times AD}{2}$$
$$= \frac{4 \times 5 \times 3}{2}$$
D'où $\boldsymbol{V_1 = 30\ cm^3}$**.**

On a : $V = V_1 + V_2$ éqà $V_2 = V - V_1$
$= 84 - 30$
D'où $\boldsymbol{V_2 = 54\ cm^3}$