Devoir de controleN2 (2011)(3èM)

EXERCICE1

f est la fonction définie sur $]-\infty; 0[\cup [0, +\infty[$ par $f(x) = -x + 1 + \frac{1}{x}$

et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$

1)a) prouver que (C) admet la droite Δ :y=-x+1 comme asymptote

b)préciser la position de (C) par rapport à Δ

2)a) Etudier les variations de f

b) tracer (C) et Δ

c)discuter suivant les valeurs de m le nombre de solution de l'équation f(x)=m

3)la droite d'équation D : y=m coupe (C) en deux points distincts M_1 et M_2 d'abscisses

X_1 et x_2 respectivement on note H_1 et H_2les points de l'axe des abscisse ayant

Respectivement la même abscisse $x_1$et$x_2$que M_1etM_2

a)prouver que $x_1$et x_2 sont solutions de l'équation $x^2 - (1-m)x - 1 = 0$

b)vérifier que $H_1H_2^2 = (x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2$

c)En déduire $H_1H_2^2$ en fonction de m

4)on note (C_m) le cercle de diamètre $[H_1H_2]$

a)vérifier que son centre a pour abscisse $\frac{1-m}{2}$ et que son rayon r vérifie

$r^2 = 1 + \frac{(1-m)^2}{4}$

b)en déduire que l'équation du cercle (C_m) est $x^2+y^2-(1-m)x-1=0$

5)construire (C_1) ;(C_2) et (C_3) que remarquer Vous ? le prouver

EXERCICE2

Soit ABC un triangle de sens direct ;A' le milieu de [BC], B' le milieu de [AC] et

C' le milieu de [AB]

Soit P l'image de A par la rotation de centre C' et d'angle $\frac{\pi}{2}$

Et Q l'image de A par la rotation de centre B' et d'angle $\frac{-\pi}{2}$

1)a) montrer qu'il existe une seule rotation R qui transforme C' en B' et A' en Q

b) déterminer son angle et construire son centre O

c) déterminer $(\widehat{\overrightarrow{C'P};\overrightarrow{B'A'}})$ et en deduire l'image de P par R

2)a) montrer que O est le milieu de [PQ]

b)montrer que le triangle A'PQ est rectangle isocèle

Correction du devoir de contrôle2 (3èM)2011

Exercice1

1)a) on a $\lim_{|x|\to+\infty} f(x)-(-x+1)=\lim_{|x|\to+\infty}\frac{1}{x}=0$ donc Δ :y=-x+1 est une asymptote

A (C) au voisinage de +∞ et -∞

b)soit g(x)=f(x)-(-x+1)=$\frac{1}{x}$ son tableau de signe est

x	-∞		0		+∞
$\frac{1}{x}$		-	||	+	

Alors $g(x)>0;\ \forall x>0\ \ et\ g(x)<0\ pourx<0$

Donc $\forall x>0$; $(C) est\ au\ dessus\ de\ \Delta\ \ et\ pour\ x<0\ \ on\ a:(C) est\ au\ dessous\ de\ \Delta$

2)a) f est continue dérivable sur IR* et f'(x)=-1-$\frac{1}{x^2}$=$-\left(1+\frac{1}{x^2}\right)<0$

D'où le tableau de variation

x	-∞		0		+∞
f'(x)		-	||	-	
f(x)	+∞ ↘		−∞ || +∞	↘	-∞

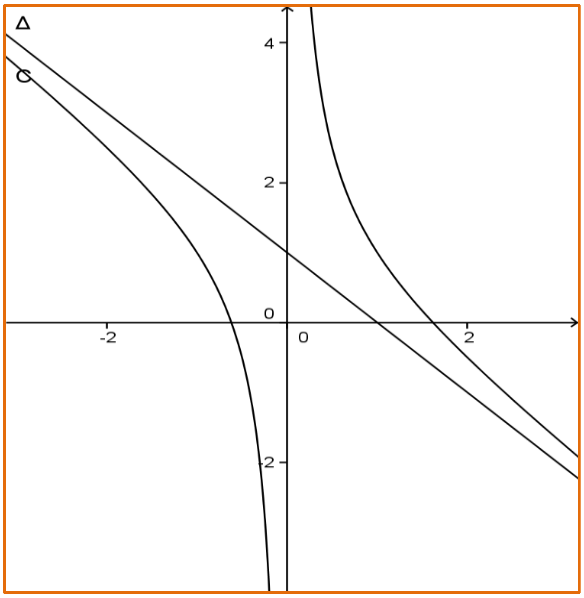
On a :$\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$; $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$

$\lim_{x\to0^-} f(x)=-\infty$; $\lim_{x\to0^+} f(x)=+\infty$ donc la droite D':x=0

Est une asymptote à (C)

<u>COURBE REPRESENTATIVE</u>

b)



c)f(x)=mx⇔ $-x^2+x-mx+1=0$

⇔ $x^2+(m-1)x-1=0$ (E)

$\Delta=(m-1)^2+4 >0$ ⇔(E) admet deux solutions distinct x_1 et x_2

3)D :y=m soit M(x,y)∈ $D \cap C$ ⇔ f(x)=m

D'après ce qui précède (C) coupe D en deux points distincts M_1 et M_2

$M_1(x_1;m)$ et $M_2(x_2,m)$; $H_1 \in (O;\vec{i})$ et $H_2 \in (O;\vec{i})$ avec d'abscisses $x_1$etx_2

$H_1(x_1;0)$ et $H_2(x_2;0)$

a)d'après ce qui précède f(x)=m on a : $x^2-(1-m)x-1=0$

b)$H_1H_2^2=(x_1-x_2)^2=(x_1+x_2)^2-4x_1x_2$

c) on a : $x_1+x_2=\frac{-b}{a} = 1-m$ $et\ x_1x_2 = \frac{c}{a} = -1$

alors $H_1H_2^2 = (1-m)^2+4$

4)soit (Γ) le cercle de diamètre $[H_1H_2]$ donc son centre I est le milieu de $[H_1H_2]$

$I(\frac{1-m}{2};0)\ r^2=\frac{H_1H_2^2}{4}=\frac{(1-m)^2}{4}+1$

b)M(x ;y)∈(Γ)⇔ $(x-\frac{(1-m)}{2})^2+y^2=r^2$ ⇔ $x^2+y^2+(m-1)x-1=0$

Exercice2

1)a)On a $P=R_{\left(C';\frac{\pi}{2}\right)}(A)\ et\ \ Q=R_{\left(B';\frac{-\pi}{2}\right)}(A)$ Guesmi.B

On A' le milieu de [BC] et C' le milieu de [AB] donc $\overrightarrow{C'A'}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

Donc C'A'=$\frac{1}{2}AC$ or B'Q=B'A=$\frac{1}{2}AC$ d'où C'A'=B'Q mais $\overrightarrow{C'A'}\neq\overrightarrow{B'Q}$ donc il existe

Une rotation R tel que R(C')=B' et R(A')=Q

b)son angle est $(\widehat{\overrightarrow{C'A'};\overrightarrow{B'Q}})\equiv(\widehat{\overrightarrow{AC};\overrightarrow{B'Q}})(2\pi)$

$$\equiv(\widehat{\overrightarrow{B'C};\overrightarrow{B'Q}})(2\pi)$$

$$\equiv\frac{\pi}{2}(2\pi)$$

Son centre O vérifie OC'=OB' donc O est un point de Δ_1 médiatrice de [B'C']

OA'=OQ donc O est un point de Δ_2 médiatrice de [A'Q]

Donc $\{O\}=\Delta_1\cap\Delta_2$

c)$(\widehat{\overrightarrow{C'P};\overrightarrow{B'A'}})\equiv\left(\widehat{\overrightarrow{C'P};\overrightarrow{C'A}}\right)+(\widehat{\overrightarrow{C'A};\overrightarrow{B'A'}})(2\pi)$

$$\equiv\frac{-\pi}{2}+(\widehat{\overrightarrow{BA};\overrightarrow{B'A'}})(2\pi)$$

$$\equiv\frac{\pi}{2}(2\pi)$$

On a C’P=$\frac{1}{2}AB$ et $B^{'}A^{'} = \frac{1}{2}AB$ donc C’P=B’A’ et que $\overrightarrow{C'P'} \neq \overrightarrow{B'A}$

Donc il existe une seule rotation d’angle $\frac{\pi}{2}$ qui transforme C’ en B’ et P en A’

2)a) on a$R_{\left(O;\frac{\pi}{2}\right)}(P) = A^{'} et\ que\ R_{\left(O;\frac{\pi}{2}\right)}(A^{'}) = Q$

Donc $R_{(O;\pi)}(P) = Q$ ⇔O milieu de [PQ]

b) on a OP=OA’ et OA’=OQ donc OP=OA’=OQ et que O le milieu de [PQ]

donc les points A’ ;P et Q sont sur le cercle de diamètre [PQ]

et alors le triangle A’PQ est rectangle isocèle en A’