

**Exercice 1 :**

Répondre par vraie ou faux, aucune justification n'est demandée.

- 1)  $a$  et  $b$  deux entiers naturels tel que  $a = 13b + 45$ .  
le reste de la division de  $a$  par 13 est 45.
- 2)  $h$  l'homothétie de centre  $K$  et de rapport  $-2$  et  $h(A) = B$ .  
 $K$  est le barycentre des points pondérés  $(A, 2)$  et  $(B, 1)$ .
- 3)  $A$  et  $B$  deux points du plan ; l'application  $f$  du plan qui à tout point  $M$  associe le point  $M'$  tel que  $\overrightarrow{MM'} = 2\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MA}$  est une translation de vecteur  $2\overrightarrow{BA}$

**Exercice 2 :**

On donne les nombres :  $x = 2558698$  et  $y = 2558643$ .

- 1) Déterminer le reste de la division de  $x$  par 5.
- 2) Déterminer le reste de la division de  $y$  par 11.
- 3) Montrer que si un entier naturel  $p$  divise  $x$  et  $y$  alors il divise 55.
- 4) En déduire les diviseurs communs de  $x$  et  $y$ .
- 5) Montrer que  $x$  et  $y$  sont premiers entre eux.

**Exercice 3 :**

$ABC$  un triangle,  $D$  le barycentre des points pondérés  $(A, -1)$  et  $(B, 2)$ ,  $t$  la translation de vecteur  $\overrightarrow{AB}$ .

- 1) a) Placer le point  $D$ .  
b) Montrer que  $t(B) = D$ .
- 2) Soit le point  $E = t(C)$ .  
a) Placer le point  $E$ .  
b) Déterminer  $t(AC)$ . (justifier ta réponse).
- 3)  $\Gamma$  le cercle de centre  $C$  et passant par  $A$ .  
a) Déterminer et construire  $\Gamma' = t(\Gamma)$ .  
b) Montrer que  $B \in \Gamma'$ .  
c) La droite  $(AC)$  recoupe  $\Gamma$  en  $K$  et la droite  $(BE)$  recoupe  $\Gamma'$  en  $F$ .  
Montrer que  $t(K) = F$ .
- 4) Montrer que  $K$ ,  $E$  et  $D$  sont alignés.

# CORRECTION (proposée par Guesmi.B)

## Exercice 1 :

- 1)  $a$  et  $b$  deux entiers naturels tel que  $a = 13b + 45$ .  
le reste de la division de  $a$  par 13 est 45.

**Faux**

- 2)  $h$  l'homothétie de centre  $K$  et de rapport  $-2$  et  $h(A) = B$ .  
 $K$  est le barycentre des points pondérés  $(A, 2)$  et  $B(1)$ .

**Vraie**

- 3)  $A$  et  $B$  deux points du plan ; l'application  $f$  du plan qui à tout point  $M$  associe le point  $M'$  tel que  $\overrightarrow{MM'} = 2\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MA}$  est une translation de vecteur  $2\overrightarrow{BA}$

**Faux**

## Exercice 2 :

- 1) le reste de la division de  $x$  par 5 est le reste de la division de 8 par 5 qui est 3.
- 2) on a  $d = -1$  et  $d + 11 = 10$  donc le reste de la division de  $y$  par 11 est 10
- 3) on a  $p$  divise  $x$  alors  $x = p \cdot q$  et  $p$  divise  $y$  alors  $y = p \cdot q'$   
donc  $x - y = p(q - q')$  or  $x - y = 55$   
d'où  $55 = p(q - q')$  donc  $p$  divise 55
- 4)  $p$  un diviseur commun de  $x$  et  $y$  alors  $p$  divise 55 donc  $p \in \{1, 5, 11, 55\}$   
comme 5 ne divise pas  $x$  alors  $p \neq 5$  ; comme 11 ne divise pas  $y$  alors  $p \neq 11$  d'où  $p \neq 55$  donc  $p = 1$
- 5) comme  $p = 1$  alors  $x$  et  $y$  sont premiers entre eux.

## Exercice 3 :

- 1) a)  $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB}$ .  
b) on a :  
 $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB}$  donc  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{AB}$  d'où  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BD}$  alors  $t(B) = D$ .
- 2) Soit le point  $E = t(C)$ .  
a)  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$ .  
b) on a  $t(A) = B$  et  $t(C) = E$  alors  $t(AC) = (BE)$ .
- 3)

- a) Déterminer et construire  $\Gamma' = t(\Gamma)$  = cercle de centre  $e$  et de même rayon que  $\Gamma$
- b) on a  $A \in \Gamma$  donc  $t(A) = Be\Gamma'$ .
- c) on a  $K \in (AC)$  donc  $t(K) \in (BE)$  et  $K \in \Gamma$  donc  $t(K) \in \Gamma'$   
d'où  $t(K) \in \Gamma' \cap (BE) = \{B, F\}$  comme  $t(A) = B$  alors  $t(K) = F$ .
- 4) on a  $\overline{CB} = \overline{ED}$  et  $\overline{CB} = \overline{KE}$  donc  $\overline{KE} = \overline{ED}$  donc  $E$  est le milieu de  $[KD]$

