

Lycee El Ahd El Jadid Jendouba

devoir de contrôle N°2

20/11/2012

Mathématiques

duree :1h

PROF mr :ferchichi

EXERCICE1

1) résoudre dans \mathbb{R}

a) $|2x - 3| = 6$

b) $|2x - 3| = |3x + 2|$

c) $\sqrt{x - 1} = 5$

d) $\sqrt{x + 2} = \sqrt{3x + 5}$

EXERCICE2

$a \in [1,4]$

1) simplifier l'expression $A = |a - 1| + |a - 4|$

2) donner un encadrement de $-3a + 7$ et $\frac{-1}{3}a + \frac{4}{3}$

3) déduire que $a^2 \leq 5a - 4$

EXERCICE3

(O, \vec{i}, \vec{j}) un repère orthonormé du plan on donne les points

$A(3,0)$; $B(1,-1)$; $C(1,2)$ et $D(x, 3x-6)$ où $x \in \mathbb{R}$

1)a) montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés

b) déduire que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ est une base de l'ensemble des vecteurs du plan

2)a) déterminer la valeur de x pour que \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} soient colinéaires

b) déterminer la valeur de x pour que \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{DB} soient orthogonaux

c) calculer AB et BC

3)dans la suite de l'exercice on prend $D(3,3)$ montrer que $ABCD$ est un parallélogramme

4)soient les points I et J définis par $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$

Déterminer les coordonnées de I et J

5)La parallèle à (BC) passant par I coupe (CD) en K . déterminer les coordonnées de K

6)déterminer l'ensemble des points M du plan vérifiant $\left\| \overrightarrow{MI} - \frac{3}{4}\overrightarrow{MB} \right\| = 1$

CORRECTION (proposée par Guesmi.B)

EXERCICE 1

a) $|2x - 3| = 6$ signifie que $2x - 3 = 6$ ou $2x - 3 = -6$ donc $x = \frac{9}{2}$ ou $x = \frac{-3}{2}$

b) $|2x - 3| = |3x + 2|$ eq $2x - 3 = 3x + 2$ ou $2x - 3 = -(3x + 2)$

eq $x = -5$ ou $x = 1/5$

c) $\sqrt{x-1} = 5$ il faut que $x \geq 1$

eq $x-1=25$ eq $x=26$ (qui est effectivement ≥ 1)

d) $\sqrt{x+2} = \sqrt{3x+5}$ il faut que $x \geq -2$ et $x \geq \frac{-5}{3}$ il suffit de prendre $x \geq \frac{-5}{3}$

d'où $x+2=3x+5$ eq $x=-3/2$

EXERCICE 2

$$1 \leq a \leq 4$$

D'où $a \geq 1$ eq $a - 1 \geq 0$ et $a \leq 4$ eq $a - 4 \leq 0$.

1) $|a - 1| = a - 1$ et $|a - 4| = (a - 4)$

D'où $A = a - 1 - a + 4 = 3$

2) on a: $1 \leq a \leq 4$ sig $-12 \leq -3a \leq -3$ sig $-5 \leq -3a + 7 \leq 4$

De la même manière

$$1 \leq a \leq 4 \text{ sig } \frac{-4}{3} \leq \frac{-1}{3}a \leq \frac{-1}{3} \text{ eq } 0 \leq \frac{-1}{3}a + \frac{4}{3} \leq 1$$

$$3) \text{ on a } \left(\frac{-1}{3}a + \frac{4}{3}\right) \leq 1 \text{ donc } \left(\frac{1}{3}a + \frac{4}{3}\right)^2 \leq \left(\frac{-1}{3}a + \frac{4}{3}\right)$$

$$\text{sig } (a-4)^2 \leq 3(-a+4) \text{ sig } a^2 \leq 5a - 4$$

autrement

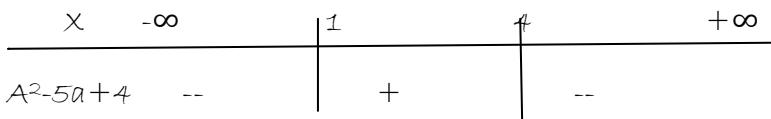
cherchons le signe de $a^2 - 5a + 4$

On remarque que $1-5+4=0$

Donc $a=1$ ou $a=4$ sont solutions de l'équation $a^2 - 5a + 4 = 0$

Le tableau de signe





D'où le résultat $a^2 - 5a + 4 \leq 0$ pour $a \in [1, 4]$ sign $a^2 \leq 5a - 4$

EXERCICES

1)a) $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\begin{vmatrix} -2 & -2 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = -6 \neq 0$ donc les deux vecteurs ne sont pas colinéaires alors les points A, B et C ne sont pas alignés

b) les deux vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} ne sont pas colinéaires donc ils forment une base d'où le résultat

2)a) on les composantes de $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} x-1 \\ 3x-8 \end{pmatrix}$ ils sont colinéaires si le déterminant

est nul donc $x=3$

b) $\overrightarrow{BD} \begin{pmatrix} x-1 \\ 3x-5 \end{pmatrix}$ on a $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BD}$ sig $-2(x-1) - (3x-5) = 0$ on trouve alors $x = 7/5$

c) $AB = \sqrt{5}$ et $BC = 3$

3) en calculant les composantes de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{DC} on remarque qu'ils sont égaux

Alors ABCD est un parallélogramme

$\overrightarrow{AI} = \frac{3}{4} \overrightarrow{AB}$ sig $\overrightarrow{AI} \begin{pmatrix} x_I-3 \\ y_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}$ donc on trouve que $x = 3/2$ et $y = -3/4$

I(3/2 ; -3/4)

De la même façon on trouve J(3 ; 3)

5) On a : $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{CK}$ d'où K(3/2 ; 5/4)

6) $\left\| \overrightarrow{MI} - \frac{3}{4} \overrightarrow{MB} \right\| = 1$ sig $\left\| \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AI} - \frac{3}{4} (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB}) \right\| = 1$

Or $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{4} \overrightarrow{AB}$ on obtient

$$\left\| \overrightarrow{MA} - \frac{3}{4} \overrightarrow{MA} \right\| = 1$$

Sig $\frac{1}{4} MA = 1$ sig $MA = 4$ sig M décrit le cercle de centre A et de rayon 4