

Lycee El Ahd El Jadid Jendouba

devoir de contrôle N°2

20/11/2012

Mathématiques

duree :1h

PROF mr :ferchichi

EXERCICE1

1) résoudre dans \mathbb{R}

a) $|2x - 3| = 6$

b) $|2x - 3| = |3x + 2|$

c) $\sqrt{x-1} = 5$

d) $\sqrt{x+2} = \sqrt{3x+5}$

EXERCICE2

$a \in [1,4]$

1) simplifier l'expression $A = |a - 1| + |a - 4|$

2) donner un encadrement de $-3a+7$ et $\frac{-1}{3}a + \frac{4}{3}$

3) déduire que $a^2 \leq 5a-4$

EXERCICE3

$(\mathbf{o}, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan on donne les points

$A(3,0)$; $B(1,-1)$; $C(1,2)$ et $D(x,3x-6)$ ou $x \in \mathbb{R}$

1) a) montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés

b) déduire que (\vec{AB}, \vec{AC}) est une base de l'ensemble des vecteurs du plan

2)a) déterminer la valeur de x pour que \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} soient colinéaires

b) déterminer la valeur de x pour que \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{DB} soient orthogonaux

c) calculer AB et BC

3) dans la suite de l'exercice on prend $D(3,3)$ montrer que $ABCD$ est un parallélogramme

4) soient les points I et J définis par $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$

Déterminer les coordonnées de I et J

5) la parallèle à (BC) passant par I coupe (CD) en K . déterminer les coordonnées de K

6) déterminer l'ensemble des points M du plan vérifiant $\left\| \overrightarrow{MI} - \frac{3}{4}\overrightarrow{MB} \right\| = 1$

CORRECTION (proposée par Guesmi.B)

EXERCICE 1

1) a) $|2x - 3| = 6$ signifie que $2x - 3 = 6$ ou $2x - 3 = -6$ donc $x = \frac{9}{2}$ ou $x = \frac{-3}{2}$

b) $|2x - 3| = |3x + 2|$ eq $2x - 3 = 3x + 2$ ou $2x - 3 = -(2x + 3)$

eq $x = -5$ ou $x = 1/5$

c) $\sqrt{x - 1} = 5$ il faut que $x \geq 1$

eq $x - 1 = 25$ eq $x = 26$ (qui est effectivement ≥ 1)

d) $\sqrt{x + 2} = \sqrt{3x + 5}$ il faut que $x \geq -2$ et $x \geq \frac{-5}{3}$ il suffit de prendre $x \geq \frac{-5}{3}$

d'où $x + 2 = 3x + 5$ eq $x = -3/2$

EXERCICE 2

$$1 \leq a \leq 4$$

D'où $a \geq 1$ eq $a - 1 \geq 0$ et $a \leq 4$ eq $a - 4 \leq 0$.

1) $|a - 1| = a - 1$ et $|a - 4| = -(a - 4) = 4 - a$

D'où $A = a - 1 - a + 4 = 3$

2) on a: $1 \leq a \leq 4$ sig $-12 \leq -3a \leq -3$ sig $-5 \leq -3a + 7 \leq 4$

De la même manière

$$1 \leq a \leq 4 \text{ sig } \frac{-4}{3} \leq \frac{-1}{3}a \leq \frac{-1}{3} \text{ eq } 0 \leq \frac{-1}{3}a + \frac{4}{3} \leq 1$$

3) on a $\left(\frac{-1}{3}a + \frac{4}{3}\right) \leq 1$ donc $\left(\frac{1}{3}a + \frac{4}{3}\right)^2 \leq \left(\frac{-1}{3}a + \frac{4}{3}\right)$

sig $(a - 4)^2 \leq 3(-a + 4)$ sig $a^2 \leq 5a - 4$

autrement

cherchons le signe de $a^2 - 5a + 4$

On remarque que $1 - 5 + 4 = 0$

Donc $a = 1$ ou $a = 4$ sont solutions de l'équation $a^2 - 5a + 4 = 0$

Le tableau de signe

|

x	$-\infty$		1		4		$+\infty$
A^2-5a+4	--		+		--		

D'où le resultat $a^2-5a+4 \leq 0$ pour $a \in [1,4]$ sign $a^2 \leq 5a-4$

EXERCICES

1)a) $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\begin{vmatrix} -2 & -2 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = -6 \neq 0$ donc les deux vecteurs ne sont pas

Colinéaires alors les points A,B et C ns sont pas alignés

b) les deux vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} ne sont pas colinéaires donc ils forment une base d'où le resultat

2)a) on les composantes de $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} x-1 \\ 3x-8 \end{pmatrix}$ ils sont colinéaires si le déterminant

Est nul donc $x=3$

b) $\overrightarrow{BD} \begin{pmatrix} x-1 \\ 3x-5 \end{pmatrix}$ on a $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BD}$ sig $-2(x-1) - (3x-5) = 0$ on trouve alors $x=7/5$

c) $AB=\sqrt{5}$ et $BC=3$

3) en calculant les composantes de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{DC} on remarque qu'ils sont égaux

Alors ABCD est un parallélogramme

$\overrightarrow{AI} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ sig $\overrightarrow{AI} \begin{pmatrix} x_I-3 \\ y_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ donc on trouve que $x=3/2$ et $y=-3/4$

I(3/2 ; -3/4)

De la même façon on trouve J(3 ; 3)

5) On a : $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{CK}$ d'ou K(3/2 ; 5/4)

6) $\left\| \overrightarrow{MI} - \frac{3}{4}\overrightarrow{MB} \right\| = 1$ sig $\left\| \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AI} - \frac{3}{4}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB}) \right\| = 1$

Or $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ on obtient

$$\left\| \overrightarrow{MA} - \frac{3}{4}\overrightarrow{MA} \right\| = 1$$

sig $\frac{1}{4}MA=1$ sig $MA=4$ sig M décrit le cercle de centre A et de rayon 4